Günümüzde ekonometri uygulamalarının bir paket programda nasıl yapılacağını anlatan bir belgeye ulaşmak çok zor değil. Bu güzel gelişmenin doğurduğu sorun ise yapılan uygulamanın kuramını ve mantığını anlamadan uygulamaya geçilmesi, bu nedenle de hatalı ve eksik yorumlar yapılması. Bu kitabın yapılan uygulamaların mantığını anlatan bir kılavuz olmasını amaçladım ve bu amaç doğrultusunda adını da Ekonometri Uygulamaları Kılavuzu olarak belirledim. Yaptıkları uygulamaların kuramsal temellerini anlamak isteyenler için yararlı bir kitap olacaktır.

Prof. Dr. Erginbay Uğurlu Marmara Üniversitesi Ekonometri Lisans, İstanbul Teknik Üniversitesi İktisat Yüksek Lisans ve Gazi Üniversitesi Ekonometri Anabilim Dalı Doktora mezunudur. Halen İstanbul Aydin Universitesi Iktisadi ve Idari Bilimler Fakültesi Ekonomi ve Finans Bölümü Bölüm Başkanlığı görevini yürütmektedir.

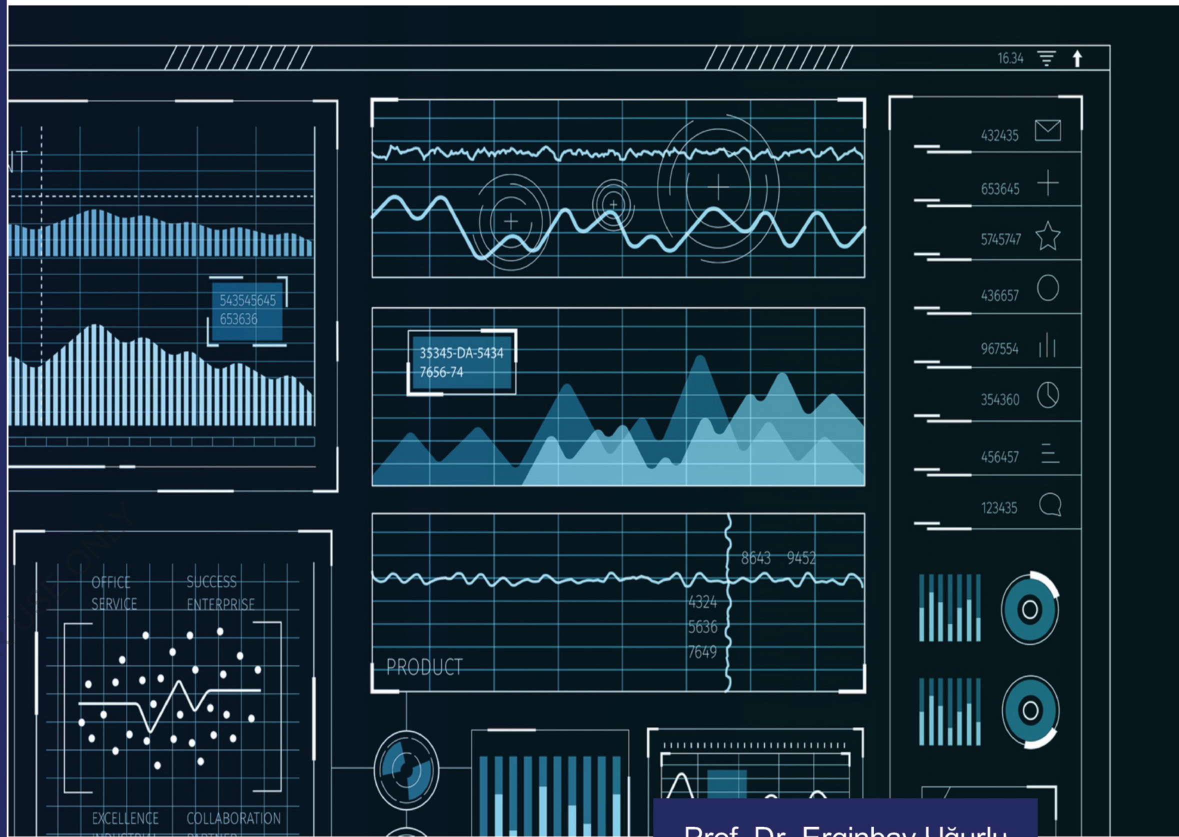
9 786206 142744

LAP LAMBERT Academic Publishing

www.lap-publishing.com

TÜRKÇE ÖZEL SERİ

LAP LAMBERT Academic Publishing



Prof. Dr. Erginbay Uğurlu

EKONOMETRİ UYGULAMALARI KILAVUZU

Prof. Dr. Erginbay Uğurlu

EKONOMETRİ UYGULAMALARI KILAVUZU

Prof. Dr. Erginbay Uğurlu

EKONOMETRİ UYGULAMALARI KILAVUZU

Türkçe Özel Seri

Imprint

Cover image: www.ingimage.com

Publisher:
LAP LAMBERT Academic Publishing
is a trademark of
Dodo Books Indian Ocean Ltd. and OmniScriptum S.R.L publishing group

120 High Road, East Finchley, London, N2 9ED, United Kingdom
Str. Armeneasca 28/1, office 1, Chisinau MD-2012, Republic of Moldova, Europe
Printed at: see last page
ISBN: 978-620-6-14274-4

İÇİNDEKİLER TABLOSU

ÖNSÖZ

Günümüzde ekonometri uygulamalarının bir paket programda nasıl yapılacağını anlatan bir belgeye ulaşmak çok zor değil. Bu güzel gelişmenin doğurduğu sorun ise yapılan uygulamanın kuramını ve mantığını anlamadan uygulamaya geçilmesi. Bu nedenle de hatalı ve eksik yorumlamalar yapılması. Örneğin, bu kitabın en büyük kısmını içeren birim kök sınamaları konusunda; sınama için tahmin edilen modelde bağımlı değişkenin önünde neden delta (Δ) bulunduğu, daha bilinçli bir yaklaşımla neden bağımlı değişkenin farkının alındığı daha da bilinçli bir yaklaşımla neden iki tarafın farkının alındığı, bazı araştırmalarda araştırmacının yorumlarından anlaşılacağı üzere, uygulamacı tarafından bilinmiyor. Hatta bazı çalışmalardaki test sonuçlarına yapılan yorumlardan anlaşılan, bir model tahmin edilip oradaki katsayıya anlamlılık testi yapıldığı bile bilinmiyor. Ayrıca birçok akademisyenin yaptığı herhangi bir uygulamanın amacını ya da mantığını sorduğumda; "LISREL'de şuraya tıklıyorsun şu pencerede şu değer çıkıyor…", "SPSS'de şu ikona basıyorsun.." şeklinde anlatması ya da "AMOS programı yapıyor.." gibi yanıtlar almam da hangi modeli ne amaçla yapıldığının bilinmesi açısından sorunlar olduğunu gösteriyor.

Diğer bir durum değişkenlerin türlerine ve ölçeklerine bakılmadan yapılan analizler. İki ikili sınıflı ölçekteki nitel değişkenle regresyon modeli kurulabiliyor ya da Pearson korelasyon katsayısı hesaplanabiliyor. Ancak iki ikili nitel değişken arasındaki ilişkinin araştırılması isteniyorsa, yapılabilecek şey çapraz tablolama yapmaktır. Bu kitabın konusu ekonometri olmakla birlikte ilk bölümde birkaç istatistik konusuna da değindim.

Bahsettiğim konuları derslerimde kullanmak üzere hazırladığım notlarda ele almıştım. Hazırladığım notların daha fazla öğrenciye ulaşabilmesi için bir kitapta toplamak düşüncesi uzun yıllardır aklımdaydı. Okuduğunuz kitap bu düşüncenin eseri olarak; ders notları ve akademik yayınlarda kullandığım uygulamaların kuramını ve mantığını anlatmak amacıyla derlenmiştir.

Kitabın yapılan uygulamaların mantığını anlatan bir kılavuz olmasını amaçladım ve bu amaç doğrultusunda adını da Ekonometri Uygulamaları Kılavuzu olarak belirledim. Yaptıkları uygulamaların kuramsal temellerini anlamak isteyenler için yararlı bir kitap olacaktır.

Prof. Dr. Erginbay Uğurlu
İstanbul Aydın Üniversitesi
erginbayugurlu@aydin.edu.tr

1. TEMEL İSTATİSTİK KONULARI

Her ne kadar ekonometri modelleri için bir kılavuz hazırlamayı amaçlamış olsak da yapılan yayınlarda göze çarpan istatiksel hatalara da değinmek yararlı olacaktır. Bunların başında birçok çalışmada karcımıza çıkan değişkenlerin türüne ve ölçeğine bakmadan Pearson korelasyon katsayısının hesaplanması ve doğrusal regresyon modelinin tahmin edilmesidir.

1.1. KORELASYON ANALİZİ

Korelasyon analizi temel istatistik derslerinde öğrendiğimiz bir konudur. Değişkenler arasında bir ilişki bulunup bulunmadığını, eğer varsa bu ilişkinin yönünü ve gücünü korelasyon katsayısını bularak belirleyebiliriz. Ancak korelasyon katsayısının değişkenler arasındaki nedensel ilişkiyi göstermediğini unutmamak gerekir. Regresyonda da bu geçerlidir her ne kadar birçok yayında regresyonun ya da korelasyonun nedensel ilişkiyi gösterdiği yazılsa da herhangi bri ekonometri kitabından regresyonun nedensel ilişkiyi göstermediği bilgisini bulabilirsiniz.

Bu bölümde amacımız konu farklı ölçeklerdeki (sınıflı ölçek, sıralı ölçek, aralık ölçek ve oranlı ölçek) değişkenler için farklı korelasyon katsayısı hesaplama yöntemi kullanılması gerektiğini ve hangi durumda hangisinin kullanılacağını öğrenmek. Unutulmaması gereken nokta; aşağıda verilen korelasyon katsayılarının hesaplanmasından sonra, istatistiksel olarak anlamlılığının sınanması gerektiğidir.

Çok kısa ve basit şekilde ölçekleri hatırlamak yararlı olacaktır. Sadece kümeleme, gruplandırma vb. yaparak değişken değerlerini düzenleyebileceğimiz, cinsiyet, saç rengi, göz rengi gibi değerleri arasında üstünlük bulunmayan değişkenlerden oluşan sınıflı ölçek (nominal scale). Sıralı ölçek de olduğu gibi nitel değişkenlerden oluşan ancak iş pozisyonu, akademik unvan gibi değerleri arasında üstünlük olan sıralama ölçeği (ordinal scale). Nicel değişken olmasına karşın sıfırın yoklu ifade etmediği (örneğin sıcaklık 0 °C değidiğimizde sıfır yokluk ifade etmez) aralık ölçek (interval scale). Son olarak sıfırın yokluk ifade etmediği değişkenler dışında kalan tüm nicel değişkenler oranlı ölçek (ratio ölçek) türüne girer. Bahsettiğimiz son iki ölçekte nicel değişkenler yer almaktaydı. Nicel değişkenler de kesikli (discrete) değişken ve sürekli (continuous) değişken olmak üzere ikiye ayrılır. Sürekli değişken tanımlandığı aralıkta her değeri alabilir. Örneğin bir bardaktaki su miktarı 2 ml de olabilir 2,1 ml de, 2,999 ml de olabilir. Aralık olarak 2 ml ile 3ml arasını belirlesek bu aralıkta sonsuz değer alabilir. Ancak bir sınıftaki öğrenci sayısı kesikli değişkendir. Bir sınıfta ya 2 kişi vardı ya 3 ya 100…, ama 2,3 kişi olmaz. Sahip olduğunuz araba sayısı kesikli değişkendir ancak arabaya doldurduğunuz benzin miktarı sürekli değişkendir.

Korelasyon katsayısının formülü ve yorumlanması hakkında bilgi bulmak oldukça kolaydır, ancak değişkenin türüne ya da ölçeğine bağlı olarak kullanılması gereken korelasyon katsayısı hakkında bu kadar çok sayıda yayın bulunmuyor.

İki değişkenin hangi ölçekte ya da hangi türde değişken olduğuna göre karşımıza altı farklı durum çıkmaktadır. :

1. Sürekli değişken-sürekli değişken
2. Sürekli değişken-sınıflı ölçek
3. Sürekli değişken- sıralı ölçek
4. Sıralı Ölçek- Sınıflı ölçek
5. Sıralı ölçek- sınıflı ölçek
6. Sınıflı Ölçek-Sınıflı Ölçek

1.1.1. Sürekli değişken-sürekli değişken (Continuous-Continuous)

İki değişken de sürekli değişken ise ve normal dağılıyorsa Pearson (Pearson Momentler Çarpımı) korelasyon katsayısı uygun olan korelasyon katsayısıdır. İki değişken sürekli ancak normal dağılmıyorsa Spearman sıra (Spearman rank) korelasyon katsayısı kullanılır.

1.1.2. Sürekli değişken-sınıflı ölçek (Continuous- Nominal)

Değişkenlerden biri sürekli biri iki kategorili (erkek-kadın gibi) sınıflı ölçekte ise nokta iki-serili (point bi-serial) korelasyon kullanılmalıdır.

1.1.3. Sürekli değişken- sıralı ölçek (Continuous-Ordinal)

Bir değişken sürekli diğer değişken sıralı ölçekte ise uygun korelasyon katsayısı, Kendall'ın rank korelasyon τ_b'nin korelasyon katsayısıdır. Ancak eğer sınıflı değişken beş, altı ya da daha fazla kategori içeriyorsa Spearman sıra korelasyonu da kullanılabilir.

1.1.4. Sıralı Ölçek –Sıralı Ölçek (Ordinal –Ordinal)

Eğer iki değişken de sıralı ölçekte ise Kendal'ın τ_b'si kullanılır. Eğer iki sıralı değişken de beş ve üstü sayıda kategori içeriyorsa Spearman sıra korelasyonu kullanılabilir.

1.1.5. Sıralı Ölçek- Sınıflı ölçek (Ordinal- Nominal)

Eğer değişkenlerden biri sıralı ölçekte diğeri sınıflı ölçekte ise sıra iki-serili (rank bi-serial) korelasyon katsayısı kullanılabilir.

1.1.6. Sınıflı Ölçek-Sınıflı Ölçek (Nominal-Nominal)

Eğer iki değişken de sınıflı ölçekte ise ve iki değer alıyorsa (erkek-kadın gibi) 2x2'lik olumsallık tablosu (two-by-two contingency table) kullanılır. 2x2'lik çapraz tablo hazırlandıktan sonra φ fi katsayısı (phi coefficient) hesaplanarak yorumlanabilir. φ katsayısı -1 ile +1 arasında değerler alır. Katsayı 0 ise değişkenler arasında ilişki yok, 1 ise değişkenler arasında tam pozitif ilişki, -1 ise değişkenler arasında tam negatif ilişki vardır. Ayrıca Ki-Kare değeri hesaplanıp istatistiksel anlamlılığı sınanabilir. Boş hipotez (H_0) iki değişken arasında ilişki olmadığını söyler, eğer boş hipotez reddelirse iki değişken arasında ilişki vardır.

Son olarak eğer iki değişkenden biri ya da ikisi ikiden fazla değer alıyorsa Goodman ve Kruskal'ın lambda λ değeri kullanılabilir.

1.2. HANGİ ÖLÇEKTE HANGİ UYGULAMA KULLANILIR

Değinilmesi gereken bir konu da kullanılan istatistiksel yöntemler seçilirken değişkenlerin ölçeklerinin dikkate alınmamasıdır. Ölçeklerle ilgili bilgi yukarıda verilmişti. Kullanılacak modelleme yöntemi değişkenin hangi ölçeğe girdiğine göre belirlenmelidir. Kitabın konusu istatistiksel yöntemler olmadığından kısaca bir tablo ile bu konuyu özetlemek istedim**.**

Öncelikle hangi ölçek verilere hangi uygulamayı yapmaya izin verir onu inceleyelim.

Tablo 1.1: Ölçekler ve Özellikleri

Ölçek	Kümeleme yapabiliriz	Verileri Sıralayabiliriz	Toplama/Çıkarma işlemi yapabiliriz	Çarpma/Bölme işlemi yapabiliriz
Sınıflı	Evet	Hayır	Hayır	Hayır
Sıralı	Evet	Evet	Hayır	Hayır
Aralık	Evet	Evet	Evet	Hayır
Oransal	Evet	Evet	Evet	Evet

Hangi ölçekteki değişken ikilisi ile hangi modelleme yapılabilir aşağıdaki tabloda incelenebilir. Ancak tablo iki değişkenli analizlerle (korelasyon, ANOVA ve regresyon) sınırlandırılmıştır, faktör analizi, diskriminant analizi gibi çok değişkenli analizler dahil edilmemiştir.

Tablo 1.2: Ölçekler ve Kullanılabilecek Analiz Yöntemleri

Ölçek	Sınıflı	Sıralı	Aralık	Oranlı
Sınıflı	Ki-Kare*	Ki-Kare	t-testi, ANOVA	t testi, ANOVA
Sıralı	Ki-Kare	Ki-Kare	ANOVA	ANOVA
Aralık	t-testi, ANOVA	ANOVA	Korelasyon, Regresyon	Korelasyon, Regresyon
Oranlı	t-testi, ANOVA	ANOVA	Korelasyon, Regresyon	Korelasyon, Regresyon

*Çok yapılan bir hata da Yunan alfabesindeki Ki (χ) harfi yerine X yazılarak Ki-Kare istatistiğinin verilmesi. Lütfen χ yerine X kullanmayınız

Çok değişkenli analizler ise kullanılan değişkenlerin nitel değişken ve nicel değişken olmasına göre aşağıdaki gibi özetlenebilir.

Çok değişkenli Varyans Çözümlemesi (MANOVA)

$$\mathrm{Y}_1 + \mathrm{Y}_2 + \mathrm{Y}_3 + \ldots + \mathrm{Y}_n \quad = \quad \mathrm{X}_1 + \mathrm{X}_2 + \mathrm{X}_3 + \ldots + \mathrm{X}_n$$

(nicel) (nitel)

Varyans Çözümlemesi (ANOVA)

$$\mathrm{Y}_1 \quad = \quad \mathrm{X}_1 + \mathrm{X}_2 + \mathrm{X}_3 + \ldots + \mathrm{X}_n$$

(nicel) (nitel)

Çoklu Diskriminant Analizi

$$\mathrm{Y}_1 \quad = \quad \mathrm{X}_1 + \mathrm{X}_2 + \mathrm{X}_3 + \ldots + \mathrm{X}_n$$

(nitel) (nicel)

Çoklu Regresyon Analizi

$$\mathrm{Y}_1 \quad = \quad \mathrm{X}_1 + \mathrm{X}_2 + \mathrm{X}_3 + \ldots + \mathrm{X}_n$$

(nicel) (nitel, nicel)

Yapısal Eşitlik Modellemesi

$$\mathrm{Y}_{\mathbf{1}} = \mathrm{X}_{\mathbf{11}} + \mathrm{X}_{\mathbf{12}} + \mathrm{X}_{\mathbf{13}} + \ldots + \mathrm{X}_{\mathbf{1}n}$$

$$\mathrm{Y}_{\mathbf{2}} = \mathrm{X}_{\mathbf{21}} + \mathrm{X}_{\mathbf{22}} + \mathrm{X}_{\mathbf{23}} + \ldots + \mathrm{X}_{\mathbf{2}n}$$

$$\mathrm{Y}_{\mathbf{3}} = \mathrm{X}_{\mathbf{31}} + \mathrm{X}_{\mathbf{32}} + \mathrm{X}_{\mathbf{33}} + \ldots + \mathrm{X}_{\mathbf{3}n}$$

(nicel) (nitel, nicel)

1.3. YAPISAL EŞİTLİK MODELLEMESİNE GİRİŞ

Değişkenler arasındaki ilişkiyi araştırmakta en çok kullanılan yöntemlerden biri çoklu regresyon analizidir. Çoklu regresyon analizinde bir bağımlı değişken birden fazla bağımsız değişken yer alır. Bağımlı ve bağımsız değişkenlerden oluşan diğer analizler ise ANOVA, diskriminant analizi, lojistik regresyon ve ANOVA'dır. Bu yöntemlerin bazı durumlarda uygulanabilirliğini kısıtlayan üç sınırlaması vardır (Haenlein ve Kaplan 2004). Bu üç sınırlama şunlardır:

1. Bu modellerde, bir bağımlı ve birkaç bağımsız değişkenden oluşan basit bir model yapısının varsayımına ihtiyacımız vardır.

2. Bu tür modellerde, tüm değişkenlerin gözlemlenebilir kabul edilebileceği varsayılır.

3. Tüm değişkenlerin hatasız ölçüldüğü varsayılır.

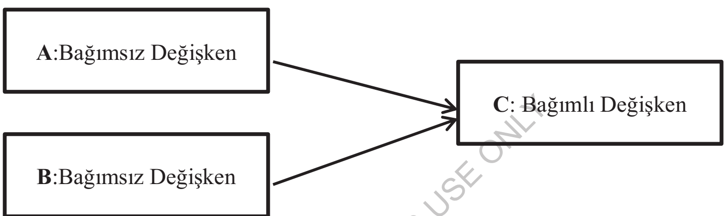
Bu sınırlamalar bazı durumlarda gerçek hayatta yaşadığımız sorunları modellemek için yetersiz kalır. Birinci sınırlama için Jacoby (1978) ve Shugan (2002) regresyona dayalı yöntemlerde gerçek hayatta karşımıza çıkan aracı ve düzenleyici ilişkilerin modellenemediğini belirtmiştir. İkinci sınırlama ile ilgili gözlenemeyen özellikler ise doğrulayıcı faktör analizi gibi bağımsız doğrulamaya sahip olduklarında dikkate alınabilir (Hair vd., 2021). Üçüncü sınırlama, ekonometri ve istatistik derslerinden iyi bilinen bilgilerdir; her gözlemin rassal hata ve sistematik hata olmak üzere iki hatası vardır.

Bu sınırlamaların üstesinden gelmek için yapısal eşitlik modellemesi (Structural equation modelling) YEM (SEM) geliştirilmiştir. Regresyon tabanlı yaklaşımlarda yalnızca bir bağımlı ve çok sayıda bağımsız değişken bulunurken, YEM birden çok bağımlı ve bağımsız değişkenle eşzamanlı modellemeye izin verir. YEM'de araştırmacılar gözlemlenmemiş değişkenleri kullanabilir ve ölçüm hataları modelde yer alır. Ayrıca yapısal eşitlik modellemesinde aracı (mediator/mediating variable) düzenleyici değişken (moderator variable) yer almaktadır.

1.3.1. Aracı Değişken ve Düzenleyici Değişken

Bu aşamada aracı değişken (mediator/mediating variable) ve düzenleyici değişken (moderator variable) terimlerine açıklık getirmek gerekmektedir. Aracı değişken, bağımsız değişken ile bağımlı değişken arasında neden bir ilişki olduğunu açıklar. Bağımsız değişken öncelikle aracı değişkeni etkiler ve aracı değişken ise bağımlı değişkeni etkiler. Düzenleyici değişken, bağımsız ve bağımlı değişken arasındaki ilişkinin gücünü etkileyen değişkendir. Düzenleyici değişkenin yaptığı etki; iki değişken arasındaki ilişkinin üçüncü bir değişkenin aldığı değerlere göre gösterdiği değişimi gösterir. Aşağıdaki grafikler aracı değişken ve düzenleyici değişken arasındaki farkı anlamak için yararlı olacaktır.

Şekil 1.1 klasik regresyon modeli ilişkisini göstermektedir.

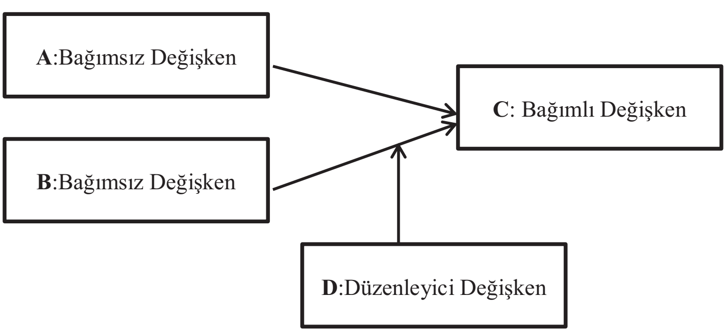


Şekil 1.1: A ve B C’yi etkiliyor

Şekil 1.2’de B değişkeni aracı değişkendir.

Şekil 1.2 : Aracı İlişki

Şekil 1.3’de D değişkeni düzenleyici değişkendir.



Şekil 1.3 : Düzenleyici İlişki

2. GÖRÜNÜŞTE İLİŞKİSİZ REGRESYONLAR

Görünüşte ilişkisiz regresyon modelleri (seemingly unrelated regressions SUR) $X_i : TxK_i$ olmak üzere farklı açıklayıcı değişkenlere sahip denklem sistemidir (Stewart, 1997: 323).

Zellner; Rossi (1989) söyleşisinde Zellner (1962a)'de geliştirdiği GİR fikrinin nereden aklına geldiği sorusuna şu yanıtı vermiştir.

"1956 ya da 1957 yıllarında yağmurlu bir Seattle akşamında, her nasılsa aklıma çok değişkenli modeli tek (single) denklem formuyla yazma fikri geldi. Bunu nasıl çözeceğimi düşünürken her şey yerli yerine oturdu çünkü o zaman birçok tek değişkenli sonuç çok değişkenli sistemlere çevrilebiliyordu ve çok değişkenli sistemin analizi gösterimsel, matematiksel ve kavramsal olarak daha basitleştirilmişti." (Rossi, 1989: 292).

Y'nin beklenen değeri:

$$E(\mathbf{Y}) = \left[\mathbf{X}_1\boldsymbol{\beta}_1, \mathbf{X}_2\boldsymbol{\beta}_2, ..., \mathbf{X}_p\boldsymbol{\beta}_P\right]$$

$$= \left[\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, ..., \mathbf{X}_p\right] \begin{bmatrix} \boldsymbol{\beta}_1 & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \boldsymbol{\beta}_2 & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \boldsymbol{\beta}_p \end{bmatrix} = \mathbf{XB} \qquad (1)$$

şeklinde gösterilir.

Buradan GİR için GDM'yi (Genel Doğrusal Model) aşağıdaki şekilde elde ederiz:

$$E(\mathbf{y}) = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} \qquad (2)$$

$$Cov(\mathbf{y}) = \boldsymbol{\Sigma} \otimes \mathbf{I}$$

Burada yer alan **X** ve $\boldsymbol{\Sigma}$ matrisleri aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_1 & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{X}_2 & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{X}_p \end{bmatrix} \qquad (3)$$

$$\boldsymbol{\Sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1M} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \cdots & \sigma_{1M} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{M1} & \sigma_{M21} & \cdots & \sigma_{MM} \end{bmatrix} \qquad (4)$$

(2)'de **Y**'nin sütunları modellenmiş ve böylece p adet korele regresyon modeli elde edilmiştir. Bununla birlikte **Y**'nin her bir satırı, $\boldsymbol{\Sigma}$'nın ortak kovaryans yapısıyla ÇDND(çok değişkenli normal dağılım)'ye uyduğu varsayılır.

(2)'de $\boldsymbol{\beta}$'yı tahmin etmek için EO(ençok olabilirlik) ya da GEK(genelleştirilmiş en küçük kareler) tahmincisi kullanıldığında $\boldsymbol{\Omega} = \boldsymbol{\Sigma} \otimes \mathbf{I_n}$ olmak üzere aşağıdaki eşitlik (5) elde edilir. Çünkü Σ bilinmeyendir ve uygun genelleştirilmiş en küçük kareler (feasible generalized least squares) UGEK tahmincisi Σ ile tutarlı tahminci değiştirilerek elde edilmiştir.

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = \left[\mathbf{X}'\Omega^{-1}\mathbf{X}\right]^{-1}\mathbf{X}'\Omega^{-1}\mathbf{y} = (\mathbf{X}'\Omega^{-1}\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\Omega^{-1}\mathbf{y} \qquad (5)$$

Kronecker çarpımını genişletilirse

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\sigma}^{11}\mathbf{X}_1'\mathbf{X}_1 & \boldsymbol{\sigma}^{12}\mathbf{X}_1'\mathbf{X}_2 & \cdots & \boldsymbol{\sigma}^{1M}\mathbf{X}_1'\mathbf{X}_M \\ \boldsymbol{\sigma}^{21}\mathbf{X}_2'\mathbf{X}_1 & \boldsymbol{\sigma}^{22}\mathbf{X}_2'\mathbf{X}_2 & \cdots & \boldsymbol{\sigma}^{2M}\mathbf{X}_2'\mathbf{X}_M \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \boldsymbol{\sigma}^{M1}\mathbf{X}_M'\mathbf{X}_1 & \boldsymbol{\sigma}^{M2}\mathbf{X}_M'\mathbf{X}_1 & \cdots & \boldsymbol{\sigma}^{MM}\mathbf{X}_M'\mathbf{X}_M \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^{M}\sigma^{1j}\mathbf{X}_1'\mathbf{y}_j \\ \sum_{j=1}^{M}\sigma^{2j}\mathbf{X}_2'\mathbf{y}_j \\ \vdots \\ \sum_{j=1}^{M}\sigma^{Mj}\mathbf{X}_M'\mathbf{y}_j \end{bmatrix} \quad (6)$$

olur.

Bu tahminci açıkça SEK (sıradan en küçük kareler) tahmincisinden farklıdır ve denklemler yalnızca kendi bozucu terimleri ile ilişkilidir. Bu durumda tartışılması gereken konu SEK'e göre GİR modelinin etkinlikte sağladığı kazançtır. Bu konuda Zellner (1962b) ve Dwivedi ve Srivastava(1978) bazı özel durumları ayrıntılı olarak ele almıştır: (Green, 2002: 342)

1. Eğer denklemler gerçekten ilişkisizse ki bu $\sigma_{ij} = 0 \quad i \neq j$ durumunda geçerlidir. Tüm sisteme GEK uygulamak ile denklemlere tek tek SEK uygulamak arasında bir fark yoktur.

2. Eğer değişkenler aynı bağımsız değişkenlere sahipse ki bu durum çok değişkenli regresyon olarak adlandırılmaktadır. GEK ve SEK tahmincisi özdeştir.

3. Eğer herhangi bir denklemdeki bağımsız değişkenler blok olarak diğer bir denklemin alt kümesi GEK tahmincisi SEK'ten daha etkin olmayacaktır.

Zenler (1962a) Σ'yı $\hat{\Sigma} = \mathbf{S} = \left[s_{ij}\right]$ ile değiştirerek $\Omega = \Sigma \otimes \mathbf{I_n}$ olmak üzere aşağıdaki eşitliğe ulaşmıştır:

$$s_{ij} = \frac{1}{n-q}\mathbf{y}_i^{'}\left(\mathbf{I}_n - \mathbf{X}_i(\mathbf{X}_i^{'}\mathbf{X}_i)^{-1}\mathbf{X}_i^{'}\right)\left(\mathbf{I}_n - \mathbf{X}_i(\mathbf{X}_i^{'}\mathbf{X}_i)^{-1}\mathbf{X}_i^{'}\right)\mathbf{y}_J \tag{7}$$

her modeldeki değişken sayısı eşit kabul edilerek $q = r(\mathbf{X}_j)$ ’dir. Bu varsayım gevşetilir ve $q = 0$ veya $q = q_{ij}$ varsayılırsa; aşağıdaki gibi gösterilir.7

$$q_{ij} = iz\left[\left(\mathbf{I}_n - \mathbf{X}_i(\mathbf{X}_i^{'}\mathbf{X}_i)\mathbf{X}_i^{'}\right)\left(\mathbf{I}_n - \mathbf{X}_i(\mathbf{X}_i^{'}\mathbf{X}_i)^{-1}\mathbf{X}_i^{'}\right)\right] \tag{8}$$

$\hat{\Sigma}$ ’yı 8’de Σ ’nın yerine koyarak $\boldsymbol{\beta}$ ’nın UGEK tahmincisi $\hat{\hat{\boldsymbol{\beta}}}$ aşağıdaki şekilde tanımlanır.

$$\hat{\hat{\boldsymbol{\beta}}} = \begin{bmatrix} \hat{\hat{\beta}}_1 \\ \hat{\hat{\beta}}_2 \\ \vdots \\ \hat{\hat{\beta}}_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s^{11}\mathbf{X}_1^{'}\mathbf{X}_1 & \cdots & s^{1p}\mathbf{X}_1^{'}\mathbf{X}_p \\ s^{21}\mathbf{X}_2^{'}\mathbf{X}_1 & \cdots & s^{1p}\mathbf{X}_2^{'}\mathbf{X}_p \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ s^{p1}\mathbf{X}_p^{'}\mathbf{X}_1 & \cdots & s^{pp}\mathbf{X}_p^{'}\mathbf{X}_p \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{X}_1^{'}\sum_{j=1}^{p} s^{1j}y_j \\ \mathbf{X}_2^{'}\sum_{j=1}^{p} s^{2j}y_j \\ \vdots \\ \mathbf{X}_p^{'}\sum_{j=1}^{p} s^{pj}y_j \end{bmatrix} \tag{9}$$

burada $\hat{\Sigma}^{-1} = \left[s^{ij}\right]$’dir. $\hat{\hat{\boldsymbol{\beta}}}$’nın asimptotik kovaryans matrisi ise

$$\left[\mathbf{X}'(\Sigma^{-1} \otimes \mathbf{I}_n)\mathbf{X}\right]^{-1} = \begin{bmatrix} \sigma^{11}\mathbf{X}_1^{'}\mathbf{X}_1 & \cdots & \sigma^{11}\mathbf{X}_1^{'}\mathbf{X}_p \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma^{p1}\mathbf{X}_p^{'}\mathbf{X}_1 & \cdots & \sigma^{11}\mathbf{X}_p^{'}\mathbf{X}_p \end{bmatrix}^{-1} \tag{10}$$

$\boldsymbol{\beta}$ ’yı tahmin etmek için iki aşamalı bir süreç kullanılır. Öncelikle Σ ile $\hat{\Sigma}$ ’yı tahmin etmek gerekir; öyle ki; $\hat{\Sigma} \xrightarrow{p} \Sigma$ ’dır. İkinci aşamada ise $\hat{\hat{\boldsymbol{\beta}}}$ elde edilir. EO tahmincisine yinelemeli (iterating) bir süreçle ulaşılır. İkinci aşamada $\hat{\hat{\boldsymbol{\beta}}}$’yı elde etmek için $\Omega = \Sigma \otimes \mathbf{I}_n$ aşağıdaki şekilde yeniden tahmin edilebilir.

$$\hat{\Omega}_2 = (\mathbf{y} - \mathbf{X}\hat{\hat{\boldsymbol{\beta}}}_1)(\mathbf{y} - \mathbf{X}\hat{\hat{\boldsymbol{\beta}}}_1)' \tag{11}$$

burada $\hat{\hat{\boldsymbol{\beta}}}_1$ iki aşamalı bir tahmindir ve $\boldsymbol{\beta}$ için yeniden düzenlenirse:

$$\hat{\hat{\boldsymbol{\beta}}}_2 = (\mathbf{X}'\hat{\Omega}_2\mathbf{X})^{-1}\mathbf{D}'\hat{\Omega}_2^{-1}\mathbf{y} \tag{12}$$

olur.

Bu şekilde yinelemeler sürdürülürse i. yinelemede :

$$\hat{\Omega}_i = (\mathbf{y} - \mathbf{X}\hat{\hat{\boldsymbol{\beta}}}_{i-1})(\mathbf{y} - \mathbf{X}\hat{\hat{\boldsymbol{\beta}}}_{i-1})' \qquad (13)$$

$$\hat{\hat{\boldsymbol{\beta}}}_i = (\mathbf{X}'\hat{\Omega}_i\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\hat{\Omega}_i^{-1}\mathbf{y} \qquad (14)$$

sonucuna ulaşılır.

Bu süreç; $\hat{\hat{\boldsymbol{\beta}}}_i$, bazı $\in > 0$'lar için $\left\|\hat{\hat{\boldsymbol{\beta}}}_i - \hat{\hat{\boldsymbol{\beta}}}_{i-1}\right\|^2 < \in$'e yakınsayana kadar devam eder. Park (1993) bu yinelemeli uygun genelleştirilmiş en küçük kareler YUGEK tahmincisinden elde edilen $\boldsymbol{\beta}$ ile EO tahmincisinden elde edilen $\boldsymbol{\beta}$'nın matematiksel olarak eşdeğer olduğunu göstermiştir. (Timm, 2002:313)

$H_0 = \mathbf{C}_*\boldsymbol{\beta} = \boldsymbol{\xi}$ hipotezini sınamak için aşağıdaki Wald istatistiği kullanılabilir.

$$W = (\mathbf{C}\hat{\hat{\boldsymbol{\beta}}}_{\mathbf{UGEK}} - \boldsymbol{\xi})'\left[\mathbf{C}(\mathbf{X}'\hat{\Sigma}^{-1}\mathbf{X})\mathbf{C}'\right]^{-1}(\mathbf{C}\hat{\hat{\boldsymbol{\beta}}}_{\mathbf{UGEK}} - \boldsymbol{\xi}) \xrightarrow{d} \chi^2(v_h)$$

$\hat{\Sigma} = [s_{ij}]$ göz önüne alınırsa, **D**'de tanımlı $\boldsymbol{\beta}$'nın tahmincisi $\hat{\hat{\boldsymbol{\beta}}}$ kullanılarak

$$W = (\mathbf{C}_*\hat{\hat{\boldsymbol{\beta}}} - \boldsymbol{\xi})'\left\{\mathbf{C}_*\left[\mathbf{X}'(\hat{\Sigma} \otimes \mathbf{I}_n)^{-1}\mathbf{X}\right]^{-1}\mathbf{C}_*'\right\}^{-1}(\mathbf{C}_*\hat{\hat{\boldsymbol{\beta}}} - \boldsymbol{\xi}) \qquad (15)$$

olur.

Yukarında belirtilen boş hipotez altında W, $v_h = r(\mathbf{C}_*)$ serbestlik derecesine sahip asimptotik ki-kare dağılımına uyar. Buna almaşık olarak Zellner (1962a) boş hipotez altında yaklaşık bir F istatistiği geliştirmiştir.

$$F^* = (W / v_h) / MS_e \qquad (16)$$

$$MS_e = (\mathbf{y} - \mathbf{X}\hat{\hat{\boldsymbol{\beta}}})'\hat{\Omega}^{-1}(\mathbf{y} - \mathbf{X}\hat{\hat{\boldsymbol{\beta}}})/v_e \qquad (17)$$

$$v_e = n - \sum_j q_j \qquad (18)$$

Verilenleri kullanarak artık 9 şu şekilde ifade edilebilir

$$\underset{px1}{\mathbf{y}_i} = \underset{pxm}{\mathbf{X}_i}\,\underset{mx1}{\theta_i} + \underset{px1}{\mathbf{e}_i} \qquad (19)$$

$$\mathbf{X}_i' = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{i1}' & \mathbf{0}' & \cdots & \mathbf{0}' \\ \mathbf{0}' & \mathbf{x}_{i2}' & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0}' & \mathbf{0}' & \cdots & \mathbf{x}_{ip}' \end{bmatrix} \qquad (20)$$

burada $\mathbf{x}_{ij}$, i=1,2,…n ve j=1,2,…,p, $q^* = \Sigma_j q_j$ olmak üzere qx1'lik değişkenler vektörüdür. $\boldsymbol{\theta}' = \left[\boldsymbol{\beta}_1', \boldsymbol{\beta}_2', ..., \boldsymbol{\beta}_p'\right]$ parametreler vektörüdür. Bu gösterimi de sütunlar düzeyinde çevrilirse SUR modeli genel olarak şu şekilde gösterilir:

$$\underset{px1}{y^*} = \underset{npxm}{A}\,\underset{mx1}{\theta} + \underset{npx1}{e} \tag{21}$$

burada $\mathbf{y}^* = \mathrm{vec}(\mathbf{Y}')$, $\mathbf{e} = \left[\mathbf{e}_1', \mathbf{e}_2', ..., \mathbf{e}_n'\right]$, $\mathbf{A} = \left[\mathbf{D}_1', \mathbf{D}_2', ..., \mathbf{D}_n'\right]$ ve Cov($\mathbf{y}^*$)=$\mathbf{I} \otimes \Sigma$'dır. Yine 19 denklemini kullanarak $\boldsymbol{\theta}$'nın UGEK tahmincisi elde edilir:

$$\hat{\hat{\boldsymbol{\theta}}} = \left[\mathbf{A}'(\mathbf{I}_n \otimes \hat{\Sigma})^{-1}\mathbf{A}\right]^{-1}\mathbf{A}'(\mathbf{I}_n \otimes \hat{\Sigma})^{-1}\mathbf{y}^* \tag{22}$$

Bu eşitlikte $\hat{\Sigma}$ Σ'nın tutarlı tahmincisidir.

Yukarıdaki eşitlikten yararlanarak $H_0 : \mathbf{C}\boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{\theta}_0$ hipotezi de aşağıdaki Wald istatistiği kullanılarak ya da 17'de verilen Zellner (1962a) F testi ile sınanabilir.

$$W = (\mathbf{C}\hat{\hat{\boldsymbol{\theta}}} - \boldsymbol{\theta}_0)'\left\{\mathbf{C}\left[\mathbf{A}'(\mathbf{I}_n \otimes \hat{\Sigma}^{-1})\mathbf{A}\right]^{-1}\right\}\left(\mathbf{C}\hat{\hat{\boldsymbol{\theta}}} - \boldsymbol{\theta}_0\right) \tag{23}$$

Burada $W \sim \chi^2(v_h)$ ve $v_h = r(\mathbf{C})$'dır.

Ayrıca Zellner (1963) GİR tahmin yöntemi ile elde edilen tahmin edicilerinin bazı sonlu örnek özellikleri ile ilgili incelemelere yer vermiştir.

3. NİTEL TERCİH MODELLERİ

3.1. DOĞRUSAL OLASILIK MODELLERİ

Kurulan regresyon modellerinde bağımlı değişkenler nitel değişkenlerden oluşabilmektedir. Bu tür modellerde bağımlı değişken iki değer alıyorsa değişken evet-hayır, başarılı başarısız, olumlu-olumsuz… gibi tercih belirtir. Bu nedenle bu tür modeller; ikili tercih modelleri olarak adlandırılır. Bağımlı değişken ikiden fazla değer de alabilir. Bu durumda ise modeller çoklu tercih modelleri olarak adlandırılmaktadır.

Bağımlı değişkeni iki veya daha fazla değer alan modellerde amaç seçimin olasılığının saptanmasıdır. Olasılık değeri bildiği gibi 0 ile 1 arasında bir değer alır. Tercih modellerinin en basiti Doğrusal Olasılık Modelleri (DOM)'dir.

Doğrusal regresyon modelin aşağıdaki gibi tanımlayalım:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i \qquad (1)$$

$Y_i = 1$ ilk seçeneğin tercih edilmesi

$Y_i = 0$ ikinci seçeneğin tercih edilmesi

olarak tanımlanabilir. Bu modelin beklenen değeri alınarak;

$$E(Y_i) = \beta_0 + \beta_1 X_i \qquad (2)$$

modeli elde edilebilir. Bu modelde ilişki seçeneğin tercih edilme olasılığı $P_i = P(Y_i = 1)$ ve ikinci seçeneğin olasılığı ise 1-$P_i = P(Y_i = 0)$. Buradan bağımlı değişkenin beklenen değeri aşağıdaki gibi elde edilir.

$$E(Y_i) = 1,(P_i) + 0(1 - P_i) = P(Y_i = 1) = P_i$$

Fakat doğrusal olasılık modellerinde karşılaşılan sorunlar yeni tekniklere gereksinim doğurmuştur. Bu sorunlar aşağıdaki gibi özetlenebilir. (Güriş ve Çağlayan,2000, 655)

- Hata teriminin dağılımı binom dağılımı olup iki değer almaktadır. Bu nedenle büyük örneklerde DOM'da dağılımın normal dağılım olduğu varsayılır
- Hata terimleri sabit varyanslı değildir. Bu durum uygulamada düzeltilebilmektedir. Uygun dönüşümlerle hata terimleri sabit varyanslı yapılabilir. Klasik EKK yöntemi yerine Ağırlıklandırılmış EKK yöntemi kullanılması bu dönüşüm yöntemlerinden biridir.
- $0 \leq \mathrm{E}(Y_i / X) \leq 1$ eşitliği sağlanmamaktadır. DOM'da X ve Y'nin koşullu

olasılıklarını gösteren E(Y_i / X)'nin tahmincisi $\hat{Y}_i$ her zaman 0-1 aralığında olmamaktadır. Değerler 0'dan küçükse 0, 1 den büyükse 1 olduğu kabul edilerek $\hat{Y}_i$ hesaplanır.

- Belirlilik katsayısı R^2'nin en iyi modelin belirlenmesinde kullanılması sakıncalıdır.

DOM'un uygun olmadığı durumlarda modelin seçimi hata terimine bağlı olacaktır. Hata teriminin dağılımı için genellikle lojistik ya da normal eğri seçilir. Bu iki model logit ve probit modeli olarak bilinmektedir.

Çalışmanın ikinci bölümünde daha önce belirtilen ikili seçim modellerinden Lojistik Fonksiyon tanıtılacaktır. Araştırmanın üçüncü bölümünde ikili tercih modelleri için Logit Model tanıtılacaktır. Üçüncü bölümde çoklu tercih modelleri için Multinomial Logit ve Sıralı Logit Modelleri tanıtılmaktadır. Son bölümde çalışma kısaca özetlenmiştir.

3.2. İKİLİ TERCİH MODELLERİ

İkili tercih modelleri başlığı altında bu modellerden olan Logit model incelenecektir. Öncelikle doğrusal regresyon modelini hatırlatmakta yarar vardır. Doğrusal regresyon modeli 3'deki gibidir.

$$\mathbf{Y}=\mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \varepsilon \qquad (3)$$

n gözlem sayısı, açıklayıcı değişken sayısı p olmak üzere, açıklayıcı değişken vektörü **X**, parametre vektörü **Y**, hata terimleri vektörüdür.

Bu model $0 \leq (E(Y_i / X) \leq 1$ koşulunu sağlamak amacıyla geliştirilmiştir. Logit modeli açıklayabilmek için lojistik dağılım fonksiyonundan yararlanılmaktadır. Lojistik dağılım fonksiyonu

$$P_i = F(Z_i) = F(\beta_0 + \beta_1 X_i) = \frac{1}{1+e^{-Z_i}} = \frac{1}{1+e^{-(\beta_0+\beta_1 X_i)}} \qquad (4)$$

olur ve burada P_i, açıklayıcı değişken X_i hakkında bilgi veri iken i. bireyin belirli seçimi yapma olasılığıdır. Buradaki Z_i değişkeni $-\infty$ ile $+\infty$ arasında değerler alır. Z_i değişkeni bu aralıkta değiştikçe olasılık değeri de 0-1 arasında değerler alacaktır. Böylece $0 \leq P_i \leq 1$ ve Z_i ile P_i arasındaki ilişkinin doğrusal olmama şartları yerine gelmiş olacaktır. Fakat buradan parametreler EKK ile tahmin edilemez. Öncelikle bu ilişki doğrusallaştırılmalıdır. Logit model birikimli olasılık dağılımından türetilmiş lojistik dağılım fonksiyonudur.

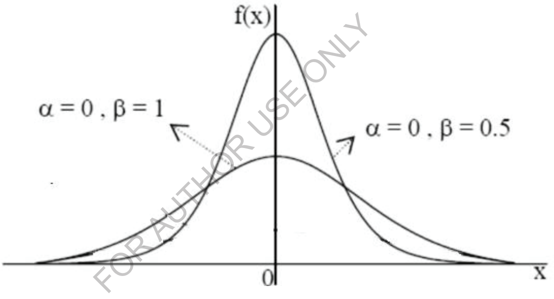
$$\frac{P_i}{1-P_i} = e^{Z_i} \tag{5}$$

Bu oran yardımıyla lojistik fonksiyon doğrusal regresyon analizinde kullanılabilir. Doğal logaritma alınarak

$$L_i = \ln(e^{Z_i}) = Z_i = \ln(\frac{P_i}{1-P_i}) \tag{6}$$

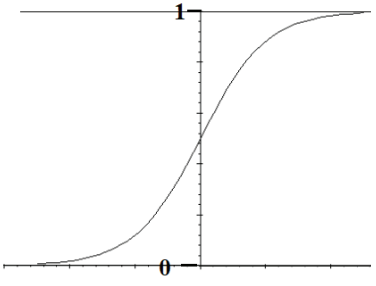
$$\ln(\frac{P_i}{1-P_i}) = \beta_0 + \beta_1 X_1 \quad \text{veya} \quad P = \frac{1}{1+e^{-(\beta_0+\beta_1 X_1)}} \tag{7}$$

elde edilir ve L_i doğrusaldır. Modelin doğrusallaştırılması tahmin için büyük kolaylık sağlar. Lojistik regresyonun olasılık yoğunluk fonksiyonu gözlem fonksiyonu k=1'den sonsuza kadar aşağıdaki gibi gösterilebilir.



Şekil 3.1: Lojistik olasılık yoğunluk fonksiyonu

Lojistik regresyon eğrisi ise aşağıdaki şekilde gösterilir.



Şekil 3.2: Lojistik Regresyon Eğrisi

Logit modeli de hata terimleri binom dağılımlı olduğundan değişen varyansa sahiptir. Logit modelin başlıca özellikleri aşağıdaki gibi özetlenebilir.

- Olasılık değeri 0'dan 1'e giderken logit L_i, Z_i gibi $-\infty$ ile $+\infty$ a değişir. Bu nedenle olasılık değeri (0-1) aralığında olmak zorundadır ve L_i sınırlandırılamaz.

- L_i, X_{ik} bağımsız değişkenine göre doğrusalken, olasılık değeri P_i doğrusal değildir.

3.2.1. Katsayının Yorumlanması

Lojistik fonksiyonda tahmin edilen regresyon katsayılarının yorumlanması farklıdır. Katsayılar yorumlanırken X'deki bir birimlik tahmin için $\frac{\pi}{1-\pi}$ olarak tanımlanan odds tahmini ile exp(β_1) çarpılarak elde edilen lojistik cevap fonksiyonundan yararlanılır. (Bircan, 2004, 196)

Lojistik modeldeki etkiler odds'a dayanır. X'in bir değerinde kestirilen odds'un, diğer değerinde kestirilen odds'a oranı olarak verilmektedir. Bu istatistik x=1 olan bireylerin x=0 olan bireylere nazaran bağımlı değişkenin kaç kat daha fazla 1 olarak görüldüğü sonucunu verir.

Bireyler boyunca x=1 olarak tanımlanan değişkenler için odds çıktısı $\frac{\pi(1)}{1-\pi(1)}$ olarak; x=0 olan bireyler için ise $\frac{\pi(0)}{1-\pi(0)}$ olarak tanımlanır. Odds oranı (odds ratio), OR olarak gösterilirse, x=o için; x=1 için odds'un oranı (ratio of odds) aşağıdaki denklemdeki gibi bulunur. (Hosmer ve Lemsehow, 2000, 49)

$$\text{Odds Oranı: OR}=\frac{\frac{\pi(0)}{1-\pi(0)}}{\frac{\pi(1)}{1-\pi(1)}} \qquad (8)$$

Tablo 3.1: Bağımlı Değişken İkili İken Lojistik Regresyon Modeli Değerleri

Çıktı Değişkeni (Y)	Bağımsız Değişken (X)	
	x=1	**x=2**
y=1	$\pi(1)=\dfrac{e^{\beta_0+\beta_1}}{1+e^{\beta_0+\beta_1}}$	$\pi(0)=\dfrac{e^{\beta_{01}}}{1+e^{\beta_0}}$
y=2	$1-\pi(1)=\dfrac{1}{1+e^{\beta_0+\beta_1}}$	$1-\pi(0)=\dfrac{1}{1+e^{\beta_0}}$
Toplam	**1,0**	**1,0**

Kaynak: Hosmer ve Lemsehow, 2000, 49

$$\text{OR}=\frac{\left(\dfrac{e^{\beta_0+\beta_1}}{1+e^{\beta_0+\beta_1}}\right) \Big/ \dfrac{1}{1+e^{\beta_0+\beta_1}}}{\left(\dfrac{e^{\beta_{01}}}{1+e^{\beta_0}}\right) \Big/ \dfrac{1}{1+e^{\beta_0}}}=\frac{e^{\beta_0+\beta_1}}{e^{\beta_0}}=e^{(\beta_0+\beta_1)-\beta_0}=e^{\beta_1} \quad (9)$$

Buradan regresyon katsayıları ile odds oranı (Odds ratio, OR= arasındaki ilişki aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\text{OR}=e^{\beta_1} \quad (10)$$

3.2.2. Uyum İyiliği Ölçütleri

İncelenecek ilk istatistik modelin verileri iyi temsi l edip etmediğidir. Test hipotezleri:

H_0 : Teorik model verileri iyi temsil etmektedir

H_1 : Teorik model verileri iyi temsil etmemektedir.

Görüldüğü gibi modelin geçerli olabilmesi için sıfır hipotezinin kabul edilmesi gerekmektedir. Bunun için kullanılan istatistik maksimum olabilirlik (ML) yöntemine dayanmaktadır.

Sıfır ve alternatif hipotezlerin sınanmasında L istatistiğinin dönüştürülmüş şekli olan -2LogL istatistiği kullanılmaktadır.

Model verileri tam temsil etmesi durumunda olabilirlik(L) 1 ve -2LogL istatistiği sıfır olmaktadır. -2LogL istatistiği modele eklenen bağımsız değişkenlerin modele olan katkılarının araştırılmasında da kullanılmaktadır. Diğer bir anlatımla -2LogL istatistiği lojistik regresyon katsayılarının anlamlılıklarının sınanmasında kullanılmaktadır. İlgili sıfır ve karşıt hipotezler aşağıdaki gibi yazılmaktadır.

$$H_0 = \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ . \\ . \\ \beta_p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ . \\ . \\ 0 \end{pmatrix} \text{ ve } H_1 = \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ . \\ . \\ \beta_p \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ . \\ . \\ 0 \end{pmatrix} \tag{11}$$

Bu hipotezler χ^2 fark testlerini kullanarak sınanmaktadır. Sabit terimli ve bağımsız değişkenli modellerin serbestlik derecesi arasındaki farkla χ^2 dağılımına uymaktadır.

3.2.3. Modelin Anlamlılığı Testi İle ilgili İstatistikler

- İlk Ki- Kare İstatistiği ($\chi^2_{B_0}$): Modelde sadece sabit terim varken söz konusu olan hatayı gösterir. Diğer bir anlatımla $\chi^2_{B_0}$ istatistiği, modelde sadece sabit terim olduğunda -2LogL istatistiğini vermektedir. Yani ilk ki-kare istatistiği modeldeki tüm B katsayılarının sıfır olduğunu söyleyen hipotezi kabul eden -2LogL istatistiğidir

- -2LogL İstatistiği: Genelde analize bağımsız değişken ilave edildiğinde modelin hatası gösterir. Bu nedenle -2LogL istatistiği bağımlı değişkendeki açıklanmayan varyansın anlamlılığını gösterir. Bu istatistik sapmalı ki-kare istatistiği olarak da bilinir.

- Model Ki-Kare İstatistiği: Hosmer ve Lemeshow G istatistiği olarak da bilinen bu istatistik değeri lojistik regresyon modelini genel olarak test etmektedir. Bağımsız değişkenlerden hiçbirinin bağımlı üstünlük oranıyla anlamlı doğrusal bir ilişki göstermediğini ileri süren sıfır hipotezini test etmektedir. İstatistik değeri; modelde bağımsız değişkenlerin olduğu -2LogL istatistiği ile modelde bağımsız değişkenlerin olduğu -2LogL istatistiği arasındaki fark alınarak hesaplanmaktadır. Model ki-kare istatistiği, incelenilen modelin parametre sayısı ile yalnız sabit terimli modelin parametreleri arasındaki farka eşit bir serbestlik derecesi ile ki-kare dağılımına uymaktadır. Lojistik regresyon analizinde model ki-kare değerinin anlamlı olması arzu edilen durumu göstermektedir. Model ki-kare testi regresyon analizindeki F testine benzemektedir.

3.2.4. Lojistik Regresyon Modelinin Uygunluğunun Değerlendirilmesi

İstatistikte geliştirilen bir modelin geçerliliğinin değerlendirilmesi büyük önem taşımaktadır. Lojistik regresyonun uygunluğunun değerlendirilmesinde genelde gerçek olasılıklarla tahmin edilen olasılıklar arasındaki farka bakılmaktadır. Lojistik regresyon prosedürüyle hesaplanabilen standart hatalar aşağıdaki gibi kısaca açıklanabilir. (Norusis ve diğ. 1999:56-61; Aktaran: Albayrak a.g.e)

Standart Olmayan Hatalar

Standart olmayan hatalar gerçekleşen olasılıklarla tahmin edilen olasılıklar arasındaki farka eşittir. Logit hatalar aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır.

$$\text{Logit Hata}_i = \frac{e_i}{P_i(1-P_i)} \qquad (12)$$

İkinci birim içim logit hata:

$$\text{Logit Hata}_2 = \frac{e_2}{P_2(1-P_2)} \qquad (13)$$

formülü ile hesaplanır.

Standart Hatalar

Standart hatalar; standart olmayan hataların kendi standart sapmalarına bölünmesi ile hesaplanır. Bu hesaplama formülü aşağıdaki gibi gösterilir.

$$Z_i = \frac{e_i}{\sqrt{P_i(1-P_i)}} \qquad (14)$$

Her birimin standart hatası ki-kare uygunluk istatistiğinin bir bileşeni olarak görülebilir. Büyük örnekler için standart hatalar "0" ortalama ve 1 standart sapma ile normal dağılıma uymaktadır.

Sapma (Deviance) Değeri

Her birimin sapması, aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır. İncelenen değişkenin olma olasılığının sapma değeri aşağıdaki gibi hesaplanabilir.

$$\text{Sapma} = \sqrt{-2\ln(P_i)} \qquad (15)$$

Olmama olasılığı için ise;

Sapma= $\sqrt{-2\ln(1-P_i)}$ (16)

Sapma değerinin yüksek çıkması modelin ilgili veriyi iyi temsil etmediğini göstermektedir.

Kaldıraç Değeri

Bu değer tahmin edilen değerler üzerinde büyük etkisi olan birimlerin belirlenmesi amacıyla kullanılmaktadır. Kaldıraç değeri 0-1 aralığı içinde değerler almaktadır.

Eğer bulunan değer 0 ise tamamen etkisiz, 1 ise tamamen etkili anlamına gelmektedir. Kaldıraç değerinin ortalaması p/n oranına eşittir. P, sabit terim dahil, modelde tahmin edilen parametre sayısını ve n örnek hacmini göstermektedir. Bulunan kaldıraç değeri ortalama kaldıraç değeri ile karşılaştırılmaktadır.

Cook Uzaklığı

Herhangi bir birimin model üzerindeki etkisini göstermektedir. Cook uzaklığı; belirli bir modelden çıkartılması durumunda lojistik regresyon katsayılarının ne kadar değişeceğini gösterir. Cook uzaklığı aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır.

$$CU_i = Z_i^2\left(\frac{h_i}{1-h_i}\right) \quad (17)$$

Formülde Z_i standartlaştırılmış hataları ve h_i ise kaldıraç değerini göstermektedir.

DfBeta Değeri

Lojistik regresyon analizinin uygunluğunun değerlendirilmesinde kullanılan bir diğer önemli istatistik DfBeta değeridir.

Bu değerin herhangi bri modelden çıkartılması durumunda modelin katsayılarında meydana gelen değişimi göstermektedir. Sabit terim dahil her bri değişken için bu değerler aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır. Örneğin, i birim modelden çıkartılması durumunda sabit terim ve birinci değişken DfBeta değeri aşağıdaki gibi hesaplanır.

DfBeta (β_o^i) $= \beta_0 - \beta_0^{(i)}$ (18)

DfBeta (β_1^i) = $\beta_1 - \beta_1^{(i)}$ (19)

Eşitliklerde, β_0 ve β_1 bütün birimlerin modele dahil edilmesi durumundaki parametreleri $\beta_0^{(i)}$ ve $\beta_1^{(i)}$ i. birimin modelden çıkartılmasıyla hesaplanan parametreleri göstermektedir.

3.2.5. Lojistik Regresyon Analizinde İlişki Ölçümü

Regresyon analizindeki R^2 istatistiğine benzeyen ve geniş kabul gören bir lojistik regresyon analizinde bulunmamaktadır. R^2, bağımlı değişkenin açıklanan varyansının yüzdesini göstermekte, ancak lojistik regresyon analizinde bağımlı değişkenin varyansı bu değişkenin olasılık dağılımına bağlıdır.

- Cox ve Snell R^2: Olabilirlik esasına göre çoklu R^2 istatistiğine benzemektedir. İstatistiğin maksimum değerinin genelde 1'den küçük olması bu istatistiğin maksimum değerinin genelde 1'den küçük olması bu istatistiğin yorumunu güçleştirmektedir.

- Nalgerke R^2: Cox ve Snell R^2 istatistiğinin 0-1 arasında değer almasını sağlamak amacıyla geliştirilmiştir. (Albayrak, S. ,2006, 461)

3.3. ÇOKLU TERCİH MODELLERİ

Çoklu tercih modelleri bağımlı değişkenin seçeneklerinin yapısına göre sıralı, sırasız ve ardışık olmak üzere kullanılan çoklu tercih modellerinden seçeneklerin sırasız olduğu Multinomial logit modelleri ve seçeneklerin sıralı olduğu sıralı logit modelleri hakkında kısaca teorik bilgiler verilmiştir. Diğer çoklu tercih modelleri burada incelenmemiştir

Klasik regresyon modellerinde bağımlı değişken ölçülebilen, nicel değişkenler şeklindeyken, bazı analizlerde bağımlı değişkenin nitel değişken olduğu görülmektedir. Sayısal olarak ifade edilemeyen ve ölçülemeyen bu değişkenler sayısal olarak ifade edilen değişkenlere dönüştürülerek modeller tahmin edilmektedir.

Bağımlı değişkenin değeri nicel olmayan, nitel özellik gösteren modeller nitel tercih modelleri olarak adlandırılır. Bu modeller bireylerin davranışları ve yapacakları tercihler hakkında bilgi sahibi olunduğunda, bireylerin seçimlerini öngörmek için tahmin edilmektedir. Bu modellerde amaç bireyin yapacağı belirli bir seçimin olasılığını belirlemektir

Nitel tercih modellerinde bağımlı değişken evet-hayır, başarılı-başarısız, satın alma-almama gibi tercih veya karar belirtirse, yani bağımlı değişken iki seçenekten oluşuyorsa bu modeller ikili tercih modelleri olarak adlandırılır. Bu modellerde bağımlı değişkeni oluşturan seçenekler 0-1 değerleri verilerek sayısal olarak ifade edilirler. Logit ve probit modelleri en çok kullanılan ikili tercih modelleridir.

Bağımlı değişkeni evet-hayır-belki, A markası-B markası-C markası-D markası gibi ikiden fazla değer alan nite! tercih modelleri çoklu tercih modelleri olarak adlandırılır. Bu modellerde bağımlı değişkeni oluşturan seçenekler 1,2,3 gibi değerler verilerek sayısal olarak ifade edilmektedirler (Güriş ve Çağlayan, 2005: 678).

3.3.1. Multinomial Logit Model

Multinomial model; taşıma çeşitlerinin seçiminde üzerine çalışmak için Theil (1969) tarafından; Talep edilen otomobil sayısını tahmin için Cragg ve Uhler (1970) tarafından kullanılmıştır (Maddala, 1993, 41) .

Multinomial modeller, ikiden fazla seçenek arasında tercih yapılması söz konusu olduğunda kullanılan tercih modelleridir. Sırasız tercih modellerinden biri olan Multinomial logit modellerinde bağımlı değişken ikiden fazla seçeneğe sahiptir. Örnek olarak, seyahat araçları otobüs, tren, uçak verilebilir. Bağımlı değişkeni oluşturan seçeneklerin birbirinden bağımsız olması gerekmektedir. Bu seçeneklerden herhangi birisi diğerinden daha iyi veya daha kötü değildir, yani seçeneklerin arasında bir sıralama bulunmamaktadır.

Bu nedenle, seçeneklerden birinin yerinin değiştirilmesi sonuçlan etkilememektedir. Anlaşılacağı üzere; birey kendisi için en iyi seçeneği seçecek veya kendisine en fazla faydayı sağlayan seçeneği tercih edecektir. Yapılacak bu tercihin arkasında yatan kuram; rassal fayda kuramıdır.

Bu kuram; tüketici kuramında olduğu gibi bireylerin iyi bir seçim yapacaklarını ve en yüksek faydayı sağlayacaklarını varsaymaktadır. Ayrıca teoriye göre belirsizliklerin de dikkate alınması gerekmektedir. Fayda fonksiyonu aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\begin{aligned} U_{ij} &= \sum_{k=1}^{K} \beta_{jk} X_{ik} + \sum_{s=1}^{S} \gamma_{is} W_{js} + \varepsilon_{ij} \\ &= Z_{ij} + \varepsilon_{ij} \end{aligned} \qquad (20)$$

k=1,2,..,K

s=1,2,…,S

olmak üzere

Burada,

U_{ij}, : i'nci bireyin j'nci seçeneği seçimi sonucu elde ettiği fayda,

X_{ik}: i'nci bireyin özelliklerini gösteren değişkenlerin değerleri

W_{js} : j'nci seçeneğin niteliklerini gösteren değişkenlerin değerleri

β_{jk}: j'nci seçenek için k'ıncı özellikleri

γ_{is} : i'nci birey için s'inci özelliklerdir.

Fayda fonksiyonunda yer alan Z_{ij} deterministik kısmı ve ε_{ij} ise hata terimini ifade etmektedir. Fayda fonksiyonunun deterministik kısmı bireylerin özelliklerinin X_{ik} ve seçeneklerin niteliklerinin W_{js} doğrusal fonksiyonudur . Aşağıdaki gibi gösterilir.

$$Z_{ij} = \sum_{k=1}^{K} \beta_{jk} X_{ik} + \sum_{s=1}^{S} \gamma_{is} W_{js} \qquad \text{j=1,..,,M} \qquad (21)$$

Seçeneklerin nitelikleri, seçenekler arasında farklıdır ve bireyden bireye değişme gösterebilmektedir. Bireylerin özellikleri ise bireyler arasında farklı; fakat tüm seçenekler için aynıdır. Fayda ve onu belirleyen değişkenler arasındaki ilişki tam olmadığından fayda fonksiyonunda belirsizliği ifade eden rassal terim yani hata terimi yer alır. Bu model rassal fayda modeli olarak adlandırılır.

Birey faydası en yüksek seçeneği seçmek isteyecektir.

m seçeneğini seçecek i bireyinin olasılığı:

$$\begin{aligned} P(Y_i = m) &= P(U_{im} > U_{ij}) \\ &= P(Z_{im} + \varepsilon_{im} > Z_{ij} + \varepsilon_{ij}) \qquad \text{j=1,2,…M} \quad (22) \\ &= P(\varepsilon_{im} - \varepsilon_{ij} > Z_{ij} - Z_{im}) \end{aligned}$$

olacaktır. Burada yer alan ε_{ij} bağımsız ve Weibull dağılımına sahiptir

Bu model tüm seçenekler için genelleştirilirse;

$$P(Y_i = m) = \frac{e^{Z_m}}{\sum_{j=1}^{M} e^{Z_{ij}}} = \frac{e^{(X_i \beta_i)}}{\sum_{j=1}^{M} e^{(X_i \beta_i)}} \qquad (23)$$

elde edilir.

Multinomial logit modelleri, tercih olasılıklarını bu özelliklerden sadece bireyin özelliklerine X_{ik} bağlı kılmaktadır. Bu nedenle, Multinomial modeller için fayda fonksiyonu oluşturduğumuzda γ_{is}=0 olacak ve deterministik kısım, $Z_{ij} = \sum_{k=1}^{K} \beta_{jk} X_{ik}$ olarak elde edilecektir. Multinomial logit modellerinde fayda fonksiyonu bireylerin özelliklerinin doğrusal fonksiyonudur. Ayrıca bu modellerde hata terimleri bağımsızdır ve hata terimlerinin dağılımı normal dağılımına benzese de; sağa eğiktir ve sol kuyruk daha inceyken sağ kuyruk daha kalındır.

3.3.1.1. Olasılıklar

Bağımlı değişkeni oluşturan M seçenek arasından m. seçeneğini gerçekleşme olasılığının belirlenmesi için olasılıklar hesaplanır. M seçenekli bağımlı değişkenin açıklayıcı değişkenin belirlenen bir değeri için m seçeneğinin gerçekleşme olasılığı, P(Y = m/X) 'dir ve $X_i \beta$ 'nın doğrusal fonksiyonudur. Multinomial logit modeline göre i bireyin M seçenek arasından m. seçeneği tercih etme olasılığı,

$$P(Y_i = m) = \frac{e^{Z_m}}{\sum_{j=1}^{M} e^{Z_{ij}}} = \frac{e^{(X_i \beta_i)}}{\sum_{j=1}^{M} e^{(X_i \beta_i)}} \qquad (24)$$

dır.

Olasılıklar pozitif değerlidir ve toplamı bire eşittir ve sadece M-1 tane olasılık bağımsız belirlenebileceğinden normalleştirme işlemi yapılmaktadır. Modelin belirlenebilmesi için parametrelerden birinin sıfıra eşit olduğunu gösteren $\beta_{ik} = 0$ kısıtı kullanılarak aşağıdaki olasılıklar elde edilir.

$$P(Y_i = 1 / X_i) = \frac{e^{Z_{i1}}}{e^{Z_{i1}} + \sum_{j=2}^{M} e^{Z_{ij}}} = \frac{e^{X_i \beta_1}}{e^{X_i \beta_i} + \sum_{j=2}^{M} e^{X_{iij} \beta_i}} = \frac{e^{X_i 0}}{e^{X_i 0} + \sum_{j=2}^{M} e^{X_{iij} \beta_i}} = \frac{1}{1 + \sum_{j=2}^{M} e^{X_{iij} \beta_i}} \qquad (25)$$

Yukarıdaki eşitliği m değişken için genelleştirirsek;

$$P(Y_i = m / X_i) = \frac{e^{Z_{im}}}{e^{Z_{i1}} + \sum_{j=2}^{M} e^{Z_{ij}}} = \frac{e^{X_i \beta_m}}{1 + \sum_{j=2}^{M} e^{X_{iij} \beta_i}} \qquad \text{m=2,3,…,M (26)}$$

Bu işlemler sonucu elde edilen Multinomial model olasılık modeli olarak da adlandırılır.

Multinomial logit modellerinin doğrusal olmaması nedeni ile açıklayıcı değişkenin etkisi olasılıklar üzerinde sabit olmamaktadır. Bu nedenle açıklayıcı değişkenin yorumlanabilmesi için bir karşılaştırma grubu seçilerek marjinal etkiler hesaplanır.

3.3.1.2. Marjinal Etkiler

Multinomial logit modelleri için elde edilen marjinal etkiler ikili tercih modellerinde olduğu gibi her zaman katsayı işareti ile aynı olmamaktadır. Bu nedenle marjinal etkilerin açıklanmasında dikkatli davranmak gerekir. Bunun yerine daha çok fark oranlarına veya risk oranlarına dayanan açıklamaların yapılması önerilmektedir. Marjinal etkiler hem risk oranına öre hem de olasılıklara göre hesaplanabilir.

Açıklayıcı değişkendeki X_{ik}' daki küçük bir değişikliğinin risk oranındaki değişiklik meydana getirip getirmediğini belirlemek için risk oranının marjinal etkisi hesaplanır. Bunun için risk oranının X_{ik} 'ya göre kısmi türevinin alınması gerekmektedir. Risk oranının marjinal etkisi,

$$\frac{\partial \log(\dfrac{P(Y=m)}{P(Y_i=1)}}{\partial X_{ik}} = \beta_{mk} \qquad (27)$$

olarak hesaplanır. Görüldüğü gibi, X_{ik}'daki küçük bir değişiklik için risk oranındaki değişikliğin yönü katsayı işareti β_{mk} ile belirlenmektedir. Buna göre,

$\beta_{mk}>0$ ise j=m'in risk olasılığı artacak,

$\beta_{mk}<0$ ise j=m'in risk olasılığı azalacaktır.

$X_{ır}$'deki küçük bir değişiklik için j=m sonucunun olasılığı yani P(Yi=m)'de oluşacak değişikliğin yönü, risk oranında olduğu gibi katsayının işareti ile belirlenememektedir. Bunun nedeni, Multinomial logit modellerinde, birey için bir değişkenin değerindeki değişikliğin her bir seçeneğin o kişi olasılığını etkilemesidir. Bu olasılıkların toplamlarının bire eşit olması nedeni İle diğer olasılıkların ne olduğuna bağlı olarak P(Y,=m) artar veya azalır. Sonuç olarak etki sadece β_{mk} .'nın işaretine bağlı olmayıp, aynı zamanda değişken ile ilişkili diğer katsayıların büyüklüğüne de bağlıdır. Olasılığın marjinal etkisi, olasılığın $X_{ır}$'ye göre kısmi türevinin alınarak ($\dfrac{\partial P(Y_i=m)}{\partial X_{ik}}$) bulunur.

3.3.1.3. Multinomial Logit Modelinin Tahmini

Multinomial logit modelleri en çok benzerlik yöntemi ile tahmin edilebilir, i'nci bireyin j seçeneği seçme olasılığı;

$$P_{ij} = \frac{e^{\beta'' X_{ij}}}{\sum_{k=1}^{M} e^{\beta' X_{ij}}} \tag{28}$$

Y_i bağımlı değişkeni için benzerlik fonksiyonu;

$$L = \prod_{i=1}^{N} P_i = \prod_{m=1}^{M} \prod_{Y_i=m} \frac{e^{X_i \beta_m}}{\sum_{j=1}^{M} e^{X_i \beta_j}} \tag{29}$$

elde edilir. Bu fonksiyonun logaritması alarak çarpım formundan toplamsal forma geçiş yapabiliriz:

$$\ln L = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{J_i} Y_{ij} \ln P_{ij} = \sum_{i} \sum_{j} Y_{ij} \ln \frac{e^{\beta' X_{ij}}}{\sum_{k} e^{\beta' X_{ik}}} = \sum_{i} \sum_{j} Y_{ij} \beta' X_{ij} - \sum_{i} \sum_{j} Y_i \ln\left(\sum_{k} e^{\beta' X_{ik}}\right) \tag{30}$$

Logaritmik benzerlik fonksiyonunun maksimizasyonu ile parametreler tahmin edilir. Bu fonksiyonun maksimizasyonu için Newton-Raphson yöntemi uygulanabilir. Elde edilen tahminciler tutarlı, asimptotik normal ve asimptotik etkin olacaktır

3.3.1.4. İlişkisiz Alternatiflerin Bağımsızlığı Varsayımı

Multinomial modellerde İlişkisiz Alternatiflerin Bağımsızlığı (Independence of Irrelevant Atternatives,iid) varsayımı ile model spesifikasyonunun verilere uygun olup olmadığının belirlenmesi için seçenekler arasındaki bağımsızlık incelenir. Bu varsayım önemli ve kısıtlı varsayımdır. Söz edilen bağımsızlık varsayımı artıkların bağımsız ve sabit varyanslı olduğu varsayımına dayanır. Seçenekler incelendiğinde bir seçeneğin diğerleri ile ilişkisiz olması durumunda parametre tahminleri sistematik olarak değişmeyecektir. Bu varsayımın incelenmesi için Hausman-McFadden (1984) testi kullanılabilir

Model doğru belirlenmişse en çok benzerlik yöntemi multinomial modeller için uygulandığında tahminciler tutarlı ve etkin olacaktır. Bu test ile bağımlı değişkendeki seçeneklerden biri çıkarılarak, kısıtlı model ile kısıtsız model tahminleri karşılaştırılır. Temel hipotez geçerli olduğunda ikinci tahminci tutarlı ve etkin değil, birinci tahminci ise tutarlı ve etkindir.

Hausman- McFadden Testinde temel hipotez seçenekler arasında bağımsızlık yoktur şeklinde kurulmaktadır.

Test üç aşamada uygulanır.

I. : Tüm seçeneklerin yer aldığı kısıtsız modelin parametreleri ($\hat{\beta}_U$ } ve kovaryans matrisi (V_U) bulunur.

II. : Bir veya daha fazla seçenek çıkarılarak oluşturulan kısıtlı modelin parametreleri ($\hat{\beta}_R$) ve kovaryans matrisi (V_R) tahmin edilir.

III.: test istatistiği, hesaplanır. Bu test ile bağımlı değişkendeki seçeneklerden biri çıkarılarak, kısıtlı model ile kısıtsız model tahminleri karşılaştırılır Test istatistiği

$$\chi_p^2 = (\beta_R - \beta_U)'[V_R - V_U]^{-1}(\beta_R - \beta_U)$$

IV. : Test istatistiğinin dağılımı K (kısıt sayısı) serbestlik dereceli ki-kare dağılımı olduğundan hesaplanan test istatistiği K serbestlik dereceli tablo değeri ile karşılaştırılarak, seçenekler arasında bağımsızlık olup olmadığı kararı verilir.

Multinominal logit modellerinde seçenek çiftlerinin olasılık oranları, diğer seçeneklerden bağımsızdır, iki seçeneğin olasılık oranları belirlenirken, diğer seçenekler dikkate alınmamaktadır. McFadden'ın ilişkisiz alternatiflerinin bağımsızlığı varsayımı modelin tahmini, bakımından uygun olmasına karşılık tüketici davranışları bakımından pek cazip olmadığı ifade edilmektedir (Green.1997 : 920)

3.3.1.5. Benzerlik Oranı (LR) Testi

Açıklayıcı değişkenlerin bağımlı değişkeni etkileyip etkilemedikleri LR testi ile incelenebilir, ilk olarak tüm değişkenlerin yer aldığı model tahmin edilerek LR sonuçlan (G_U^2); daha sonra açıklayıcı değişkenin çıkarıldığı kısıtlı model tahmin edilerek LR sonuçlan (G_R^2) elde edilir. Kısıtlı model daha az parametreye sahiptir.

Kullanılacak test istatistiği:

$$G_{RU}^2 = G_U^2 - G_R^2 \tag{31}$$

Temel hipotez açıklayıcı değişkenin bağımlı değişkeni etkilemediği şeklinde kurulur. Hesaplanan test istatistiğinin dağılımı (j-1) serbestlik dereceli ki-kare dağılımı olduğundan, hesaplanan değer, J-1 kısıt sayılı ki-kare değeri ile karşılaştırılır. Bu testin uygulanmasındaki zorluk tüm değişkenlerin yer aldığı modelin yanında her bir açıklayıcı değişkenin çıkarılması ile kısıtlı modellerin tahmin edilmesidir .

3.3.1.6. Uyum İyiliği Ölçüleri

Bağımlı değişkeni nitel olan modellerde belirlilik katsayısı iyi bir ölçü değildir, bunun yerine farklı değerler hesaplanır. Uyum iyiliği ölçülerinden biri Pseduo-R^2 değeridir. Bu değer,

$$\text{Pseduo-}R^2 = 1 - \frac{L_1}{L_0} \tag{32}$$

olarak elde edilir. Burada L_1 tüm açıklayıcı değişkenlerin yer aldığı log-benzerlik fonksiyonu değeri, L_0 sadece açıklayıcı değişkenin sabit olduğu log-benzerlik fonksiyonu değeridir. Bu değer 0 ile 1 arasında sınırlıdır.

Bağımlı değişkeni nitel olan modellerde uyum iyiliğinin ölçüsü olarak log-benzerlik fonksiyonunun maksimize edilmiş değeri de kullanılabilir. Tüm değişkenli modeller ile sadece sabit katsayılı model karşılaştırılır. Test istatistiği,

$$\chi^2 = 2(L_1 - L_2) \tag{33}$$

olarak hesaplanır. Test istatistiğinin dağılımı ki-kare dağılımı oluğundan hesaplanan değer eğim parametresi sayısına eşit serbesttik dereceli ki-kare tablo değeri ile karşılaştırılır.

3.3.2. Sıralı Logit (Ordered Logit) Modeller

Bağımlı değişkenin ikiden fazla değer aldığı durumlarda seçenekler arasında sıralı bir yapı olduğunda Multinomial modeller başarılı olmamaktadır ve bu durumda sıralı modeller kullanılmaktadır. Sıralı logit modellerinde bağımlı değişken nitel özelliğinin yanında sıralı olma özelliğini de taşımaktadır.

Sıralı logit modellerinde bağımlı değişkeni oluşturan seçenekler için söz edilen sıra seçeneklerin gücü hakkında bilgi vermemektedir, bu modellerde seçenekler arasındaki aralıkların eşit olduğu şeklinde bir varsayım bulunmaktadır. Bu modeller verilen cevapların sıralı ölçekli olduğu durumlarda uygulanmaktadır. Örnek olarak, eğitim düzeyleri; ilkokul, ortaokul, lise verilebilir. Bu seçeneklerden oluşmuş bağımlı değişkene 1,2,3 gibi kodlar, diğer bir ifade ile sıra numaraları verilerek, sayısal olarak ifade edilirler. Bu seçeneklerin aldıkları sıra değerlen onların birbirlerine sayısal üstünlükleri olduğunu ifade etmemektedir ve bu seçenekler arasında eşit aralıklar, yani aynı uzaklıklar bulunmaktadır.

Yukarıdaki tanımlanan özelliklerde üç değişkenimiz olduğunu varsayalım. Bu durumda kurulacak olan model; birey eğer u< $\beta' x$ ise 3. kategoriye, $\beta' x$<u< $\beta' x$ ise ikinci kategoriye, c>0 iken u> $\beta' x$+c ise 1. kategoriye denk gelecektir. Böylece aşağıdaki olasılık değerlerine sahip oluruz. (Maddala , 1993, 46)

$$P_3 = F(\beta' x) \tag{34}$$

$$P_2 = F(\beta' x + c) - F(\beta' x) \tag{35}$$

$$P_1 = 1 - F(\beta' x + c) \tag{36}$$

M seçenekli bir olayda i bireyi için her bir seçeneğin yapıldığı seçim,

J=1 için $Y_i = 1$

J=2 için $Y_i = 2$

$\vdots$

J=M için $Y_i = M$

olarak ifade edildiğinde, ilk seçenek için kodlama 1, ikinci seçenek için kodlama 2,...... şeklindedir ve bağımlı değişkeni oluşturan değerler için bir sıra söz konusudur.

Bu modellerde sıralama genelde j=1,2,3,... ,M olarak verilmektedir Yukarıda da belirttiğimiz gibi bu kodlama şeklin deki değerlerin sayısal büyüklük olarak hiçbir anlamı yok tur, bunlar sadece sırayı gösterir, örneğin, Y_i=2 ise bu değer Y_i=1'den 2 kat güçlü değildir veya Y_i=3 bunlardan daha iyi değildir, seçenekler arasında aralıklar eşittir.

Sıralı logit modellerinde gizli (latent) değişken yaklaşımı kullanılabilir. Sıralı logit modellerinde sıralı gözlenen Y bağımlı değişkeni, gözlenemeyen bu değişkenin fonksiyonudur. Y* olarak ifade edilen gözlenemeyen bu değişken, bir düşünce veya bir olayın içinde barındığı görüş ile ilgili yargının gücünü gösteren sürekli bir değişkendir ve çeşitli kesim noktalarına sahiptir. τ ile ifade edeceğimiz bu kesim noktalarına eşik noktaları adı da verilmektedir. Kesim noktalan - ∞ ile $+\infty$ arasında değişkenlik gösterir. Buna göre, Y_i=1 değerini aldığında Y_i^* τ_1'in altında, Y_i=2 değerini aldığında Y_i^* τ_1 ve τ_2 arasında, Y_i=M değerini aldığında Y_i^* τ_{M-1} ve $\tau_{M=\infty}$ yer alacak ve

$$Y_i = \begin{cases} 1 & -\infty \le Y_i^* < \tau_1 \\ 2 & \tau_1 \le Y_i^* < \tau_2 \\ \vdots & \vdots \\ M & \tau_{M-1} \le Y_i^* < \infty \end{cases} \qquad (37)$$

olacaktır. Y* sürekli rassal değişkeni Y'nin alacağı değerleri belirlemektedir. Burada belirlenen kesim noktaları Y İçin mümkün değerlen göstermektedir ve bunlar Y için tahmin değerlerini verecektir

Y* değişkeni açıklaydı değişkenlerin doğrusal bir fonksiyonudur ve

$$Y_i^* = \sum_{k=1} \beta_k X_{ik} + \varepsilon_i \qquad \text{k=1,2,,…,K} \qquad (38)$$

olacaktır ve

$$\sum_{k=1}^{K} \beta_k X_{ik} = Z \qquad (39)$$

olarak ifade edilirse sıralı logit modeli,

$$Y_i^* = Z_i + \varepsilon_i \qquad (40)$$

şeklinde olur. Burada Z_i deterministik kısım, s_ι ise hata terimidir. Modelde Y* ile belirleyen değişkenler arasındaki ilişki tam olmadığından hata terimi yer alır. Modelde K sayıda β parametresi ve (m-1) sayıda kesim noktasının (τ) tahmin edilmesi gerekir.

Modelde sabit parametre varsa,

$$Y_i^* = \alpha + \sum_{k?1}^{k} \beta_k X_{ik} + \varepsilon_i \qquad \text{k=1,2,…,K} \qquad (41)$$

olarak elde edilir. Sıralı lojit modelinde, ε ortalaması 0 ve varyansı $\pi^2/3$ olan lojistik dağılıma sahiptir (Borooah,2002: 7-8).

3.3.2.1. Olasılıklar

Açıklayıcı değişkenin verilen değerleri için Y'nin seçeneklerin olasılıkları hesaplanabilir. Bu olasılıklar iki kesim noktası arasındaki hataların dağıldığı alana karşılık gelmektedir ve bu alan birikimli dağılım fonksiyonları arasındaki farkın elde edilmesi ile hesaplanabilmektedir.

Herhangi bir X değeri için gözlenebilir herhangi bir seçeneğin tercih edilme olasılığı,

$$\mathrm{P}\,(Y_i = m / X_i) = F(\tau_m - X_i\beta) - F(\tau_{m-1} - X_i\beta) \qquad (42)$$

olarak elde edilir. Bir değişkenin iki değer arasında olma olasılığı, bu değerler için birikimli dağılım fonksiyonları arasındaki farka eşittir. Olasılıklar hesaplanırken, verilen formülde, Y,=1 için ikinci terim sıfıra eşit, Y,=j için birinci terim 1'e eşit olmaktadır. Bu nedenle, Yj=1 için olasılık *P(Y,=\X,)* hesaplanırken yukarıdaki ifadede yer alan ikinci terim ;

$$F(\tau_0 - X_i\beta) = F(-\infty - X_i\beta) = 0 \qquad (43)$$

olduğundan hesaplamaya katılmamaktadır. Diğer özel bir durum ise $Y_i = j$ için olasılık P($Y_i = j / X_i$) hesaplanmasıdır. Bu durumda birinci terimin bire eşit olması nedeni ile

$$F(\tau_1 - X_i\beta) = F(\infty - X_i\beta) = 1 \qquad (44)$$

olacaktır

3.3.2.2. Fark Oranı

Sıralı logit modellerinin katsayılarının yorumlanması için fark oranlarından yararlanılabilir. Bu modeller daha çok birikimli frekanslar için fark oranları açısından yorumlanır. Sonucun m'e eşit veya m'den fazla olmasına ait birikimli olasılık,

$$P(Y_i \le m) = \sum_{j=1}^{m} P(Y = j) \qquad (45)$$

olacaktır. Bu modeller için bir sonucun m'den büyük $(P(Y_i > m))$ olanlara karşı m'den daha az ya da m'e eşit $(P(Y_i \le m))$ olanlarla farkı, fark oranı ile elde edilebilir. Fark oranı,

$$R_m = \frac{P(Y_i \le m)}{P(Y_i > m)} = \frac{P(Y_i \le m)}{1 - P(Y_i \le m)} \qquad (46)$$

olacaktır. Elde edilen fark oranı m seçenekten bağımsızdır. Sıralı logit modellerinde tüm seçenekler için fark oranının sabit olduğu varsayılmaktadır. Katılıyorum ya da tamamen katılıyorum görüşleri karşısında katılmıyorum ya da hiç katılmıyorum görüşünü belirtmenin farkı hesaplanır. Diğer tüm değişkenler sabit olduğunda e^{β_k} değeri fark oranını verecektedir.

3.3.3. Sıralı Logit Modelinin Tahmini

Sıralı logit modelleri en çok benzerlik yöntemi ile tahmin edilebilir. Bu benzerlik fonksiyonunun oluşturulmasında olasılıklardan yararlanılmaktadır. Herhangi bir x değeri için bir sonucun olasılığının,

$$(Y_i = m / X_i) = F(\tau_m - X_i\beta) - F(\tau_{m-1} - X_i\beta) \tag{47}$$

şeklinde elde edilmişti. Y'nin herhangi bir değeri için olasılıklar,

$$\begin{array}{ll} Y_i = 1 & P(Y_i = 1 / X_i, \beta, \tau) \\ \vdots & \\ Y_i = m & P(Y_i = m / X_i, \beta, \tau) \\ \vdots & \\ Y_i = j & P(Y_i = j / X_i, \beta, \tau) \end{array}$$

olacaktır.

Modelin belirlenebilmesi için sabit parametrenin β_0 veya τ_i 'nin sıfıra eşit olması gerekir. Sıralı logit modellerinde benzerlik fonksiyonu bu olasılıklar için,

$$L(\beta, \tau / Y, X) = \prod_{J=1}^{M} \prod_{Y_i = j} P(Y_i = j / X_i, \beta, \tau)$$

$$= \prod_{J=1}^{M} \prod_{Y_i = j} \left[F(\tau_i - X_i\beta) - F(\tau_{j-1} - X_i\beta) \right] \tag{48}$$

olarak elde edilir. Logaritmik benzerlik fonksiyonu ise,

$$\text{lnL}\,(\beta, \tau / Y, X) = \sum_{j=1}^{j} \sum_{Y_i = j} \ln \left[F(\tau_j - X_i\beta) - F(\tau_{j-1} - X_i\beta) \right] \tag{49}$$

olacaktır. Bu fonksiyonun maksimizasyonu ile β ve τ'lar tahmin edilmektedir. Elde edilen tahminciler tutarlı. asimptotik normal ve asimptotik etkin olacaktır .

3.3.3.1. Belirlenme Hatası Testi

Hausman ve Mc Fadden (1980) IIA özelliğinin sınanması için alternatif bir test önermişlerdir. Tüm seçim kümesinin alt kısıtlanmış alt setleri için model yapısı ve parametrelerinin değişmez olduğunu düşünelim. (Maddala, 1993, 77)

C tüm seçim kümesi , $\hat{\beta}_c$ bu C kümesinden ML yöntemi ile elde edilen elde edilen parametre, $\hat{V}_C$'de bu kümenin kovaryans matrisi olsun.

Ardından kısıtlanmış seçim kümesi D için aynı değişkenleri sırasıyla $\hat{\beta}_D$ bu D kümesinden ML yöntemi ile elde edilen elde edilen parametre, $\hat{V}_D$'de bu kümenin kovaryans matrisi olsun.

Boş hipotez altında IIA geçerlidir, $\hat{\beta}_D - \hat{\beta}_c$ sıfır'ın kısıtlı tahmincisidir. Alternatif hipotez altında ise IIA varsayımı reddedilir. Boş hipotez altında $\hat{\beta}_D - \hat{\beta}_c$ $\hat{V}_D - \hat{V}_C$ kovaryans matrisine sahiptir.

Test istatistiği S ise aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$S=(\hat{\beta}_D - \hat{\beta}_c)' (\hat{V}_D - \hat{V}_C)^{-1} (\hat{\beta}_D - \hat{\beta}_c) \qquad (50)$$

Bu istatistik değeri $\hat{V}_D - \hat{V}_C$'nin rankı serbestlik derecesi olarak Ki-kare dağılımına uymaktadır. (Maddala, 1993, 78)

3.3.3.2. Uyum İyiliği Ölçüleri

Sıralı logit modellerinde uyum İyiliği ölçüsü olarak farklı değerler kullanılabilir. Bunlardan en yaygını Pseduo-R^2 değeridir. Bu değer:

$$\text{Pseduo-}R^2 = 1 - \frac{L_1}{L_2} \qquad (51)$$

Burada L_1, tüm açıklayıcı değişkenlerin içerildiği log benzerlik fonksiyonu değeri L_0 sadece açıklayıcı değişkenin sabit olduğu log-benzerlik fonksiyonu değeridir.

Uyum iyiliği ölçüsü olarak, Pseduo- R^2 değerinin yanında sıralı logit modelleri için varyanslara dayanan McKelvey ve Zavonian'ın önerdiği ölçü de kullanılabilir. Buna göre R^2 değeri:

$$R^2 = \frac{\hat{V}(\hat{Y}^*)}{\hat{V}(Y^*)} = \frac{\hat{V}(\hat{Y}^*)}{\hat{V}(Y^*) + V(\varepsilon)} \tag{52}$$

Burada $V(\varepsilon)$ sıralı logit modelinin hata terimi varyansıdır. $\hat{V}$ ise β'nın varyans-kovaryans matrisidir. Bu matris aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$\hat{V}(\hat{Y}^*) = \hat{\beta}'\hat{V}\hat{\beta} \tag{53}$$

Sıralı olmayan model yerine sıralı bir model tahmin edilmesi olasılıkların tahmininde ciddi sapmalara neden olmakta veya sıralı model yerine sıralı olmayan bir modelin tahmin edilmesi ise etkinlik kaybına yol açmaktır. Bu nedenle gerek Multinomial logit modellerinin gerekse sıralı logit modellerinin tahmininden elde edilen sonuçların sağlıklı olabilmesi için bu modeller için söz edilen varsayımların sağlanması önemlidir.

4. DURAĞANLIK VE BİRİM KÖK SINAMALARI

4.1. SAHTE REGRESYON

Durağanlık sınamalarını anlamak için öncelikle sahte regresyon (spurious regression) konusunun incelenmesi yararlı olacaktır. Durağan olmayan serilerle yapılan çalışmalar sahte regresyon sonucunu doğurmaktadır.

Granger ve Newbold (1974) değişkenler arasında bulunan istatistiksel anlamlı regresyonun nedeninin, bu değişkenler arasında aslında olmayan ama durağan olmayan serilerle çalışmaktan kaynaklanan sahte regresyondan kaynaklanabileceğini göstermiştir. Makroekonomik veriler durağan olmayabilir, durağanlaştırılmayan verilerle uygulanan regresyonun istatistiksel olarak anlamlılığını sınayan testlerin sonuçları ise yanıltıcıdır.

Granger ve Newbold (1974) iki durağan olmayan, rassal yürüyüş içeren birbiri ile korelasyonu olmayan y ve x serilerini kullanarak Monte-Carlo simülasyonu yapmıştır. Simülasyonda y bağımlı x bağımsız değişken olarak yer almış; x değişkenin katsayısının istatistiksel olarak anlamsız çıkması gerekirken, yapılan denemelerin %75'inde parametrenin sıfıra eşitliğini söyleyen boş hipotez reddedilememiştir[1]. Banerjee, Dolado, Galbraith ve Hendry (1993,73-75) 10000 tekrar ile yaptıkları Monte Carlo çalışmasında bu oranı %75.3 bulmuştur[2].

Görüldüğü gibi kurulan regresyon modellerine uygulanan sınamalarının geçerliliği için durağan serilerle çalışmak gerekmektedir. Serilerde yer alan trendden dolayı birbirleri ile ilişkisiz olan serilen yapılan testler sonucu ilişkili görünmektedir.

4.2. DURAĞANLIK

Ekonometri uygulamalarında kullanılan veri türleri; yatay kesit verileri, zaman serisi verileri ve panel veridir. Durağanlık zaman serisi verilerinde görülen bir özelliktir. Durağan sürecin en basit tanımı; herhangi bir trend etkisi taşımayan, varyansı ve ortalaması sabit olan (zaman içerisinde değişmeyen), kovaryansı hesaplandığı döneme değil, dönem arasındaki

---

[1] Burada %5'te ya da %10 anlamlılık düzeyi derken ne demek istediğimiz konusunu hatırlamakta yarar var. Örneğin %5'te çalışıyorsak; bu, modeli 100 kere kurarsak, bir simülasyonda 100 deneme yaparsak aslında anlamlı olan yani boş hipotezin reddedilmesi gereken modeli 5 kere reddedemeyeceğimizi söylemiş oluyoruz. Reddedilmesi gereken boş hipotezi 5 kere reddedemeyebileceğimizi baştan belirtmiş oluyoruz. 100 simülasyon sonucunda yapılan hipotez testleri 5 kere reddedilememe sonucuna ulaşmalı, ancak seriler durağan olmayınca 75 kere reddedilememe sonucu oluşmuş.

[2] Ayrıntılı bilgi için bkz: Richard Haris and Robert Sollis Applied Time Series Modelling and Forecasting, Chichester, West Sussex, England : J. Wiley, c2003

farka bağlı olan süreçtir. **Zayıf Durağanlık** koşulları olarak tanımlanan bu koşullar, bir zaman serisi Y_t için aşağıdaki gibi gösterilir:

$$E[Y_t] = \mu \tag{1}$$

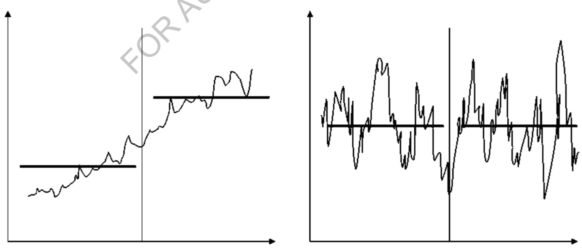
$$Var[Y_t] = \sigma^2 \tag{2}$$

$$Cov[Y_t, Y_{t+n}] = Cov[Y_t, Y_{t+m}] \tag{3}$$

Yukarıda sayılan koşullara ek olarak; ele alınan zaman serisinin herhangi bir n birimlik gözlem setinin ortak dağılımı, $Y(t_1)$, $Y(t_2)$,…, $Y(t_n)$ her n ve k için, $Y(t_1 +k)$, $Y(t_2 +k)$, …, $Y(t_n +k)$ setinin ortak dağılımı ile aynı dağılıma sahipse bu süreç **güçlü durağan olasılıklı süreç** olarak bilinir.

Güçlü durağanlık koşullarını tanımlayan kısıtların sağlanmasının güçlüğünden uygulamada zayıf durağanlık koşullarının sağlanması yeterli görülür. Eğer bir zaman serisi yukarıda sayılan koşulları[3] sağlamıyorsa, durağan olmayan zaman serisi adını alır.

Şekil 4.1 ortalamada ve varyansta durağan olan ve olmayan serilerin temsili grafikleri sunulmuştur. Görüldüğü gibi b panelinde veriler ne kadar değişkenlik taşısa da dönemsel olarak ikiye bölündüğünde ortalamalar durağandır.

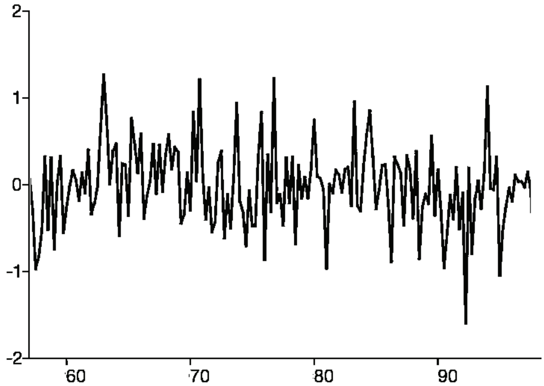


a) Ortalamada Durağan Olmayan b) Ortalamada Durağan

Şekil 4.1: Ortalamada Durağanlık

Durağan bir sürece en iyi örnek beyaz gürültü (white noise) hata terimidir. Ortalaması sıfır, varyansı sabit, ardışık bağımlı olmayan olasılıklı süreci aşağıdaki gibi gösterebiliriz.

[3] Burada bahsedilen koşullar zayıf durağanlık koşullarıdır.



Şekil 4.2: Beyaz Gürültü Süreci

4.2.1. Durağan Olmayan Süreçler

Bir zaman serisinin modellenmesinde kullanılacak birçok farklı çeşitte stokastik süreç bulunmaktadır. Durağan olmayan bir zaman serisini tanımlamak için; rassal yürüyüş (random walk), hareketli ortalamalar süreci (moving-averages process), otoregresif süreç (autoregressive process),… kullanılabilir.

Bu bölümde durağan olmayan süreç; rassal yürüyüş süreci, eğilim durağan süreç (trend stationary process) ve fark durağan süreçten (difference stationary process) yararlanılarak anlatılacaktır. Adı geçen süreçlerin seçilmesi, ileride anlatılan birim kök testleri ve bu testlerin yaygınlaşmasını sağlayan makalelerin yapı taşlarını oluşturması ve ilerleyen konuların daha anlaşılır kılınmasıdır.

4.2.1.1. Rassal Yürüyüş Süreci

Rassal Yürüyüş durağan olmayan bir zaman serisi örneğidir. Hisse senedi fiyatlarının hareketi buna çok iyi bir örnektir. Hisse senedi fiyatları bir önceki dönemin fiyatına rassal bir etkinin eklenmesiyle oluşan bir süreç izler.

ε_t'nin μ ortalama ve σ^2 varyanslı bir seri olması varsayımı altında, Y_t serisi aşağıda (2.4)' de tanımlanan süreçle üretiliyorsa bu seri rassal yürüyüş serisidir.

$$Y_t = Y_{t-1} + \varepsilon_t \qquad (4)$$

Yukarıda genel hali yazılan denklemi Y_1, Y_2 ve Y_n için yazarsak, rassal yürüyüş sürecinin yarattığı sorunu daha iyi gözler önüne sereriz.

$$Y_1 = Y_0 + \varepsilon_1 \tag{5}$$

$$Y_2 = Y_1 + \varepsilon_2 = (y_0 + \varepsilon_1) + \varepsilon_2 = y_0 + (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) \tag{6}$$

$$Y_3 = Y_2 + \varepsilon_3 = (Y_0 + \varepsilon_1 + \varepsilon_2) + \varepsilon_3 = Y_0 + (\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3) \tag{7}$$

$$Y_t = Y_{t-1} + \varepsilon_t = (Y_0 + \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + ... + \varepsilon_{t-1}) + \varepsilon_t = Y_0 + (\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 + ... + \varepsilon_t) \tag{8}$$

$$Y_t = Y_0 + \sum_{i=1}^{t} \varepsilon_i \tag{9}$$

Başlangıç değeri olan Y_0 'ın sıfıra eşit olduğunu varsayalım. Bu durumda

$$Y_t = \sum_{i=1}^{t} \varepsilon_i \tag{10}$$

olacaktır.

Görüldüğü gibi $E[Y_t] = t\mu$ $Var(Y_t) = t\sigma^2$ olup zaman içerisinde sonsuza doğru büyümekte olan durağan olmayan bir süreçtir. Bu serinin farkı alınarak elde edilecek seri ise durağan olacaktır.

4.2.1.2. Trend Durağan Süreç, Fark Durağan Süreç

Zaman serisi modellerinde sahte korelasyon (spurious correlation) sorununu zamanın yarattığı etkiyi ya da başka bir deyişle serinin eğilimini yansıtan t değişkeni modele katılır. Bu durumda Y_t serisi aşağıdaki süreçle üretilmiştir.

$$Y_t = f(t) + \varepsilon_t \tag{11}$$

$f(t)$ trend, ε_t sıfır ortalamalı σ^2 varyanslı durağan bir süreçtir. $f(t)$ 'nin doğrusal bir trend sergilediğini varsayarsak Y_t aşağıdaki gibi modellenir.

$$Y_t = \alpha_0 + \beta t + \varepsilon_t \tag{12}$$

Nelson ve Ploser (1982) makroekonomik değişkenleri trendi ve rassal yürüyüşü ele aldıkları makalelerinde (12) yi, trend durağan süreç[4], TDS(TSP) olarak tanımlamışlardır. Bu seriyi trendden arındırmak amacıyla farkını alınırsa;

$$\Delta Y_t = Y_t - Y_{t-1} = \beta + \varepsilon_t - \varepsilon_{t-1} \tag{13}$$

elde edilir.

Görüldüğü gibi seri durağanlaştırılamamıştır. Serinin bir kez daha farkını trendden arındırılmış seri olarak aşağıdaki seri elde edilir. Görüldüğü gibi bu seri durağan değildir.

$$\Delta^2 Y_t = \Delta^2 \varepsilon_t = \varepsilon_t - 2\varepsilon_{t-1} + \varepsilon_{t-2} \tag{14}$$

Nelson ve Ploser aynı makalelerinde aşağıdaki denklemi (15) tanımlar ve bu süreci ise fark durağan süreç FDS (DSP) olarak adlandırır.

$$Y_t - Y_{t-1} = \beta + \varepsilon_t \tag{15}$$

Bu model, yukarıda anlatılan rassal yürüyüş modelidir.

TDS ve FDS olarak adlandırılan bu iki süreç de doğrusal eğim sergilemektedir fakat bu iki süreçte trendi arındırma yöntemi farklıdır.

TDS bir seriyi trendden arındırmak için, trend modele eklenir (16) ve modele EKK uygulanır. Elde edilen artıklar trendden arındırılmış seridir. FDS bir süreci trendden arındırmak içinse bu serinin farkı alınır (2.17) ve seri durağanlaştırılır.

$$Y_t = \alpha_0 + \beta_1 T \xrightarrow{EKK} \hat{\varepsilon} \tag{16}$$

$$\Delta Y_t = Y_t - Y_{t-1} \tag{17}$$

4.2.2. Durağanlığın Saptanması

Durağanlığın saptanması için birçok yöntem geliştirilmiştir. Serilerin görsel olarak incelenmesi ile de durağanlık saptanabilir. Diğer bir yol korelogramdan ve örnek otokorelasyon katsayısından yararlanmaktır.

Günümüzde durağanlığın saptanması için bu amaçla geliştirilmiş birim kök testleri kullanılmaktadır.

[4] Hata teriminin sıfır ortalama ve sabit varyanslı olduğu varsayımı devam etmektedir.

4.2.2.1. Otokorelasyon Katsayısı

Otokorelasyon katsayısı; gecikme k iken hesaplanan kovaryansın, varyansa bölümüdür. Gecikme k iken otokorelasyon katsayısı ρ_k ile gösterilir.

Kovaryansı $\hat{\gamma}_k$ ile örneklem varyansını $\hat{\gamma}_0$ ile gösterelim. Bu iki değer aşağıdaki gibi bulunur.

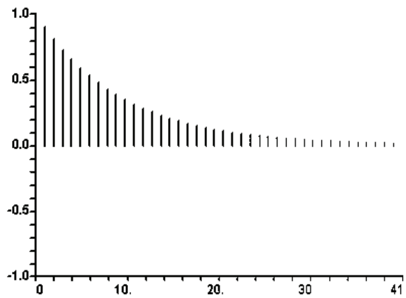
$$\hat{\gamma}_k = \frac{\sum_{t=k+1}^{n}(Y_t - \overline{Y})(Y_{t-k} - \overline{Y})}{n} \tag{19}$$

$$\hat{\gamma}_0 = \frac{\sum (Y_t - \overline{Y})^2}{n} \tag{20}$$

$$\rho_k = \frac{\hat{\gamma}_k}{\hat{\gamma}_0} \tag{21}$$

Her korelasyon katsayısı gibi bu katsayı da -1 ile +1 arasındadır. Eğer ρ_k'nın k'ya göre grafiğini çizersek otokorelasyon fonksiyonunu elde ederiz. Bu çizim bize durağanlık hakkında bilgi sağlar. Çizilen bu fonksiyon k=o iken 1 den başlar, serinin kendisi ile korelasyonu 1 çıkacaktır. İlk değerden sonra serinin ilerleyişi serinin durağanlığı hakkında fikir sahibi olmamızı sağlar.

Aşağıdaki seri otokorelasyon fonksiyonu incelenirse serinin değerlerinin çok yavaş küçüldüğü görülecektir. Bu tür örüntüler zaman serisinin durağan olmayan zaman serilerinde karşımıza çıkar.



Şekil 4.3: Otokorelasyon fonksiyonu

Otokorelasyon fonksiyonlarından görsel olarak yararlanılabildiği gibi hipotez testleri ile de sınanabilir. ρ_k'nın bütünüyle rassalsa yani beyaz gürültü sergiliyorsa örneklem otokorelasyon katsayıları, n örneklem büyüklüğü olmak üzere sıfır ortalama ve 1/n varyansla normal dağılıma uyar.

$$\hat{\rho}_k \sim N(0, \frac{1}{\sqrt{n}}) \tag{22}$$

Bu çalışmada bu testlerden Box ve Pierce (1970) ve Ljung ve Box (1978) tarafından geliştirilen Q^* Testi ele alınacaktır. Bu testte otokorelasyon katsayılarının tümünün birden sıfıra eşitliği sınanır. Box-Pierce test istatistiği Q Ljung-Box Test istatistiği LB olarak adlandırılır. Aşağıda hipotezler ve kullanılan test istatistikleri görülmektedir

$H_0 : \rho_1 = \rho_2 = ... = \rho_k = 0$ Otokorelasyon yok Seri durağan

$H_a : \rho_1 \neq \rho_2 \neq ... \neq \rho_k \neq 0$ Otokorelasyon var Seri durağan değil.

$$Q = n\sum_{k=1}^{n} \hat{\rho}_k^2 \tag{23}$$

$$LB = n(n+2)\sum_{k=1}^{n} \frac{\hat{\rho}_k^2}{n-k} \tag{24}$$

n : Örneklem büyüklüğü

m : Gecikme uzunluğu

LB test istatistiği ki-kare dağılımına uyar ve küçük örneklemde daha güçlü bir testtir.

Otokorelasyonun varlığının araştırılması ile ilgili yukarıdaki testleri uygulanırken, otokorelasyonu ortadan kaldırmaya yetecek uygun gecikme uzunluğunun da tespit edilmesi gerekir. Eğer gecikme uzunluğu gereğinden fazla olursa serbestlik derecesi problemi ortaya çıkar, etkinlik kaybı olur. Az olursa da ihmal edilen değişkenler yüzünden sapma meydana gelir ve otokorelasyon problemi çözülememiş olur. Uygun gecikme uzunlukları seçilirken, Akaike Final Prediction Error (FPE), Akaike Information Criterion (AIC), Schwartz Criterion (SC) veya Hannan-Quinn Criterion (HQ) gibi kriterlerden faydalanılır. Bu konuya ilerleyen bölümlerde ayrıntılı olarak değinilecektir.

4.2.3. Birim Kök Sınamaları

Durağanlığı sınamada günümüzde birim kök sınamaları kullanılmaktadır. Bu sınamayı şu modeli ele alarak açıklayabiliriz.

$$Y_t = \rho Y_{t\text{-}1} + \varepsilon_t \tag{25}$$

Buradaki hata terimi beyaz gürültü hata terimidir. Bu denklemdeki $Y_{t\text{-}1}$'in katsayısı ρ 1'e eşitse bu seri birim kök içeriyor denir. Bu durumda uygulanacak olan bu katsayının 1'e eşitliğini sınayan t testidir.

Kullanılan hipotez ve test istatistiği aşağıda verilmiştir.

$H_0 : \rho = 1$ Seri durağan değildir. Serinin birim kökü vardır.

$H_a : \rho < 1$ Seri durağandır. Serinin birim kök yoktur.

Test İstatistiği:

$$t = \frac{\hat{\rho} \text{ - } 1}{\mathrm{S}_{\hat{\rho}}} \tag{26}$$

Herhangi bir serinin "t" istatistiğinin hesaplanabilmesi için, serinin durağan olması gerekir. Dolayısıyla H_0 hipotezi altında standart "t" testi kullanılabilirliğini yitirir. Hesaplanan "t" değeri t dağılımına uymaz ve sapmalı olur. Böyle bir durumda yeni bir tabloya ihtiyaç duyulur.

Yukarıda birim kök testlerinin temel modeli ele alınmıştır. Fakat eğer incelenilen seri durağan değilse, yukarıda belirtilen istatistiksel sorunun dışında önceki bölümlerde anlatılan sorunlardan dolayı model de geçersiz olacaktır. Zaten durağan olmayan ve bu nedenden sahte regresyon vb. sorunlar yaratacak olan bir serinin SEK (Sıradan En Küçük Kareler) kullanılarak hesaplanacak bir modelde yer alması, bu modelden elde edilecek istatistiksel sonuçları güvenilmez kılacaktır.

Yukarıdaki denklemde $Y_{t\text{-}1}$'in varlığından kaynaklanan etkinlik kaybından dolayı $\hat{\rho}$ aşağı doğru sapmalı olur. Bu durum standart hatayı büyültür ve durağanlık konusunda yanlış karar verilmesine neden olur.

Ekonometriciler bu sorunlarla baş edecek birim kök testlerini geliştirmişlerdir. Bu testlerden en eskisi ve en çok kullanılanı ADF Testi'dir. Ardından çıkan birim kök testleri, kendisinden önce gelen testlerdeki sorunları ya da bu testlerdeki eksikleri gidermek amacıyla geliştirilmiştir.

Üretilen bu testlerin hipotez ve test istatistikleri birbirine oldukça yakın bazen de aynıdır. Birim kök testlerinin anlatıldığı bu bölümde, öncelikle ADF Testi bir birim kök testinin işleyişini de kapsayacak biçimde ayrıntılı olarak anlatılacak, ardından gelen testler, hangi eksikleri giderdiği ya da hangi sorunları çözdüğü konularına değinilerek tanıtılacaktır.

4.2.3.1. DF Sınaması

Dickey ve Fuller (1979) makalelerinde, yukarıda belirtilen etkinlik kaybından doğan, etkinin varlığını modelin her iki tarafından Y_{t-1} çıkararak ortadan kaldırmışlardır. Yukarıda bahsedilen birim kök testinde yeni bir tabloya ihtiyaç duyulduğu belirtilmiştir. Bu tablo Dickey ve Fuller (1979) tablosudur. Bu makalede uygulanan birim kök sınaması yazarların soyadının baş harfi DF ile anılmıştır ve en yaygın kullanıma sahip birim kök testidir. Elde edilen regresyon denklemi aşağıda aşma aşama görülmektedir.

$$Y_t = \rho Y_{t-1} + \varepsilon_t \tag{26}$$

$$Y_t - \mathrm{Y}_{t-1} = \rho Y_{t-1} - \mathrm{Y}_{t-1} + \varepsilon_t \tag{27}$$

$$\Delta Y_t = (\rho - 1)\mathrm{Y}_{t-1} + \varepsilon_t \tag{28}$$

$$\Delta Y_t = \rho^* \mathrm{Y}_{t-1} + \varepsilon_t \tag{29}$$

Elde edilen bu denklemden sonra sıfır önsavı katsayının bire değil sıfıra eşitliği ile sınanır ve kullanılan test istatistiği τ (tau) olarak adlandırılır. Bu durumda kullanılan test hipotezi ve test istatistiği:

$H_0 : \rho^* = 0$ Seri durağan değildir. Serinin birim kökü vardır.

$H_a : \rho^* < 0$ Seri durağandır. Serinin birim kök yoktur.

$$\tau = \frac{\hat{\rho}^*}{\mathrm{S}_{\hat{\rho}^*}} \sim \mathrm{DF}(79) \tag{30}$$

Bu test istatistiğinin eşik değerleri adı geçen yazarlar tarafından tablolaştırılmıştır. Fakat bu makalede yer alan tablolar yeterli genişlikte değildir. MacKinnon (1991) makalesinde bu tabloları genişletmiştir. Ekonometri bilgisayar programlarının çıktısında verilen tablolar MacKinnon'ın makalesinde elde edilen tablolardır.

Dickey ve Fuller makalelerinde üç tip regresyon modeli kurmuş ve bunlar içinde üç tip test istatistiği üretmiştir. Kurulan modeller; incelenilen çalışmanın daha önceki bölümlerinde belirtilen TDS, FDS konularını temel alarak sabitin yer aldığı, hem trendin hem sabitin yer aldığı, ya da ikisinin de yer almadığı modeldir.

Aşağıda yer alan modeller için kullanılan test istatistikleri sırasıyla tau istatiskleri, τ , τ_{μ}, τ_{T}'dir. Her denklemin test istatistiği için tabloda kendi adıyla yer alan kritik değere bakılır.

$$\Delta Y_t = \rho^* \mathrm{Y}_{t-1} + \varepsilon_t \tag{31}$$

$$\Delta Y_t = \alpha + \rho^* \mathrm{Y}_{t-1} + \varepsilon_t \tag{32}$$

$$\Delta Y_t = \alpha + \beta\, t + \rho^* \mathrm{Y}_{t-1} + \varepsilon_t \tag{33}$$

İlk modele sabitin ve trendin eklenmesi kritik tablo değerlerinin mutlak değerlerinin yükselmesine neden olacaktır, bu da reddedilmesi gereken sıfır hipotezinin reddedilmesini güçleştirecektir.

Hesaplanan test istatistiği değerinin negatif olması beklenir. Tablo değerleri negatif değerlerden oluşur. Hesaplanan test istatistiğinin, sayı doğrusunda tablo değerinin solunda yer alması ya da başka bir söylemler daha küçük olması durumunda sıfır hipotezi reddedilir ve seri durağandır ya da birim kök içermiyor denir. Tersi durumda ise seri durağan değildir.

Dickey ve Fuller (1979) testinin güvenilir bir test olması için artık terimlerinin otokorelasyonsuz ve sabit varyanslı olması gerekir. Yani artık terimler White Noise özelliği göstermelidir. Aksi takdirde DF testine güvenilmez. Değişen varyansı ortadan kaldırmak için modele logaritmik dönüşüm, otokorelasyonu ortadan kaldırmak için ise, denklemin sağına gecikmeli bağımlı değişken değerleri konulur. Gecikmeli bağımlı değişkenlerle elde edilen yeni model Genişletilmiş Dickey Fuller (Augmented Dickey Fuller, ADF) olarak adlandırılır.

Anlatılan DF testini daha iyi anlamak için varsayımsal grafiği incelendikten ve gerekli dönüşümler (logaritma alınması) yapıldıktan sonra varsayımsal bir X_t serisinin birim kök incelemesini yapalım.

İlk aşamada durağanlığı ya da başka bir deyişle birim kök durumu araştırılacak olan seri X_t kurulacak olan model[5] $\Delta X_t = \delta X_{t-1} + \varepsilon_t$ olacaktır. Bu modelin katsayısı tablo değeriyle karşılaştırıldığında, istatistik değeri sayı tablosunda tablo değerinin solunda yer alıyorsa sıfır hipotezi reddedilir. Bu durumda seri durağandır ya da birim kök içermiyor denir ve **I(0)** olarak gösterilir. Sıfır hipotezinin reddedilememesi durumunda serinin birim kökü vardır denir ve 1. ya da daha üst dereceden durağan bir serimiz vardır. Bu durumda teste devam edilir ve bir sonraki aşamaya geçilir.

Bir sonraki aşamada durağanlığı test edilecek seri ΔX_t, kurulacak model $\Delta^2 X_t = \varphi \Delta X_{t-1} + \varepsilon_t$ dir. Elde edilen test istatistiğinin tablo değerinden mutlak değer olarak büyük olması serinin birim kök içerdiğini söyleyen H_0 hipotezinin reddedildiğini incelenen serinin durağan olduğunu gösterir. Bu durumda X_t sersinin I(1) yani birinci dereceden bütünleşik olduğu söylenir. Tersi durumda seri I(2) ya da daha yüksek dereceden bütünlenendir. Bir önceki aşama $\Delta^2 X_t$ serisi için uygulanmaya devam edilir.

Teorik olarak her ne kadar bir sonraki aşamaya geçilmesi gerekse de yapılan ekonometrik çalışmalar makroekonomik zaman serilerinin I(2) den yüksek olmadığını ve büyük çoğunluğunun I(1) olduğunu göstermiştir.

4.2.3.2. ADF Sınaması

DF testi anlatılırken otokorelasyon sorunu çözmek amacıyla denklemin sağına bağımlı değişkenin gecikmelerinin eklendiği ve oluşturulan yeni modele uygulanan teste ADF testi dendiği belirtilmişti.

Bu test, Said ve Dickey (1984) makalesine dayanmaktadır. Yazarlar makalelerinde otoregresif zaman serilerinden doğan sorunlardan yola çıkarak bu testi geliştirmişlerdir. Makaleleri varsayımlar ve teoremlerin ispatını içeren teorik tabanlı bir makaledir.

ADF test istatistiği ile DF test istatistikleri büyük örneklemde aynı dağılımı sergilediğinden, kullanılacak tablolar aynıdır. Hipotez ve test istatistiklerinin kurulması Dickey-Fuller (1979) makalesinden farklılık göstermemektedir. Eklenecek gecikmeli değer

[5] Genel gösterim olarak sabit ve trend içermeyen model seçilmiştir. Uygulamada hangi modelin kullanılacağını anlamak amacıyla çeşitli yöntemler bulunmaktadır. En basit yöntem olarak sabitin ve trendin olduğu modelden başlayarak, kullanılan ekonometri bilgisayar programının çıktılarında katsayıların t testlerinin anlamlı olduğu modele doğru inmek kullanılabilir. Diğer bir yöntem çalışmanın ilerleyen aşamasında anlatılacaktır.

sayısı seçilirken ardışık bağımlılığın ortadan kalkması önemlidir. Bunun için kullanılacak kriterler çalışmanın bir sonraki bölümünde aktarılacaktır.

$$\Delta Y_t = \rho Y_{t-1} + \sum_{i=1}^{k} \beta_i \Delta Y_{t-i} + \varepsilon_t \tag{35}$$

$$\Delta Y_t = \alpha_0 + \rho Y_{t-1} + \sum_{i=1}^{k} \beta_i \Delta Y_{t-i} + \varepsilon_t \tag{36}$$

$$\Delta Y_t = \alpha_0 + \beta\, t + \rho Y_{t-1} + \sum_{i=1}^{k} \beta_i \Delta Y_{t-i} + \varepsilon_t \tag{37}$$

Yukarıda yer alan modeller için kullanılan test istatistikleri de belirtildiği gibi DF testi ile aynı τ , τ_μ, τ_T 'dir.

Yukarıda İncelenilen DF testinin ardından birçok yeni test geliştirilmiştir. Bu testlerden Phillips, Perron'un PP(1988), Kwiatkowski, Phillips, Schmidt ve Shin'in KPSS (1992) ve Elliot, Rothenberg (ERS,1996) spektral tahmin yöntemlerine dayanan birim kök testleridir (Çağlayan ve Saçaklı, 2006). Parametrik olmayan yöntemler uygulanarak geliştirilen bu yöntemlerin amacı testlerin gücünün arttırılmasıdır.

4.2.3.3. PP Sınaması

ADF testi birim kök testleri içinde en yaygın kullanılanı olmasına karşın testin içerdiği eksiklerde bulunmakta ve bu eksiklikler yardımcı testlerle giderilmektedir.

Phillips ve Peron (1988) makalelerinde daha çok finansal zaman serilerinde popüler olan birim kök testlerini geliştirmişlerdir. Bu test hatalarda meydana gelen serisel korelasyon ve değişen varyans sorunu ile baş etme konusunda ADF ile farklılaşmaktadır. ADF denkleminde otokorelasyonu engellemek amacıyla gecikmeli değerlerin eklenmesi yerine yazarlar DF denklemini tahmin ederek t istatistiklerini de yeniden düzenlemişlerdir.

Bu test yanlış bir H_0 hipotezini reddetmek için daha güçlüdür. Aşağıda bu testin kullandığı hipotez testleri ve istatistikleri aşağıda okuyucuya sunulmuştur.

Kullanılan regresyon denklemi:

$$\Delta Y_t = \beta' D_t + \pi Y_{t-1} + u_t,\ u_t \sim \mathrm{I}(0) \tag{38}$$

Kullanılan t istatistiği:

$$t_\alpha = t_\alpha\left(\frac{\gamma_0}{f_0}\right)^{\frac{1}{2}} - \frac{T(f_0 - \gamma_0)(se(\hat{\alpha}))}{2 f_0^{\frac{1}{2}} s} \tag{39}$$

Formülde kullanılan α tahmin edilen katsayı; s denklemin standart hatası; $\gamma 0$ hata varyansı ve f_0 sıfır frekansındaki artık spektrumu tahmincisidir. Hipotezler ve karar kriteri DF testi ile aynıdır.

4.2.3.4. ERS (DF-GLS) Sınaması

Elliot, Rothenberg ve Stock 1996 yılında yayınladıkları makalelerinde ADF testinin Genelleştirilmiş En Küçük Kareler (Generalized Least Square) yöntemi ile dönüştürülmesini ve trendden arındırılmasını önermişlerdir. Trend içermeyen bir seri için ve trend içeren bir seri için farklı iki model kullanılmaktadır. Birim kökü incelenecek seri X_t ise modeller aşağıda görülmektedir.

$$\Delta X_t = \alpha_0 + \beta\, t + \rho X_{t-1} + \sum_{i=1}^{k} \beta_i \Delta X_{t-i} + \varepsilon_t \tag{40}$$

$$\Delta X_t^d = \rho X_{t-1}^d + \sum_{i=1}^{k} \beta_i \Delta X_{t-i}^d + \varepsilon_t \tag{41}$$

Hesaplanan bu DF-GLS test istatistiği sadece sabit terimin eklendiği durumda Dickey-Fuller dağılımına uyar. Ancak hem sabit terim hem trendin eklendiği durumda bu dağılımdan farklılaşır.

Yazarlar makalelerinde Monte Carlo simülasyonu uygulamış; 50, 100, 200 ve sonsuz gözlem için tablo değerlerini oluşturmuşlarıdır. Test hipotezleri ve karar aşaması ADF ile aynıdır.

4.2.3.5. Ng Perron Sınaması

Ng-Peron (2001) makalelerinde; GLS trendden arındırma prosedürü üzerine yeni bir birim kök testi geliştirmiştir. Bu test PP testinin büyük negatif MA ve AR kökleri içermesi durumundaki sapmayı sergilemeyen bir testtir. Bu testte, dört test istatistiği bulunmaktadır. Kullanılan üç test istatistiğinin hesaplanması aşağıda görülmektedir. Test istatistikleri GLS trendden arındırılmış veri y_T^d kullanılarak oluşturulmaktadır.

$$MZ_{\alpha} = \frac{T^{-1}(y_T^d)^2 - f_0}{2k} \tag{42}$$

$$MZ_t = MZ_{\alpha} x MSB \tag{43}$$

$$MSB = (\frac{K}{f_0})^{\frac{1}{2}} \tag{44}$$

$$MP_T = \begin{cases} (\bar{c}^2 k - \bar{c}T^{-1}(y_T)^2 / f_0 & if \quad x_t = \{1\} \\ (\bar{c}^2 k + (1-\bar{c})T^{-1}(y_T)^2 / f_0 & if \quad x_t = \{1,t\} \end{cases} \tag{45}$$

Eğer seride trend etkisi yok sadece sabit varsa ($X_t = \{1\}$), $\bar{c}$= - 7,0 hem trend hem de yığılım varsa ($X_t = \{1,t\}$), $\bar{c}$= -13,5 tablosunun kullanılması gerekmektedir. Elde edilen MZ test istatistikleri negatif hareketli ortalamalar durumunda PP den daha etkin ve daha az sapma içermektedir. Testin karar aşamasında ADF testi gibi davranılır.

4.2.3.6. Kwiatkowski, Phillips, Schmidt ve Shin (KPSS) Sınaması

Kwiatkowski, Phillips, Schmidt ve Shin (1992) testlerini serinin durağan olduğunu söyleyen boş hipotezi kullanarak, Lagrange Çarpanı üzerine kurmuştur. Bu test ekonometri yazınında durağanlık testi olarak ele alınmaktadır. Diğer testlerin hipotezleri hem birim kök hem durağanlığa göre yorumlanırken, KPSS testi sadece durağanlığı söyleyen hipotez üzerine kurulur.

Kullanılan LM istatistiği:

$$LM = \frac{\sum S_i(t)^2}{T^2 f_0} \quad ve \quad S_i(t)^2 = \sum_{r=1}^{t} \hat{v}_{rt} \tag{46}$$

$S_i(t)$, birikimli artık fonksiyonunu ve $\hat{v}_r$ ise 46 denkleminden tahmin edilen artıkları simgelemektedir. Kullanılan kritik değerler Kwiatkowski ve diğ. (1992) makalesinde Tablo 1 de belirtilmektedir. Uygulanan test açıklayıcı değişkenin sabit veya deterministik trend içermesine göre kurulur. Test istatistikleri de bu modellere göre; η_T, η isimlerini alır. Ayrıca f_0 sıfır frekansındaki artık spektrumu tahmincisidir

$$Y_t = \beta' D_t + \mu_t + u_t, \quad u_t \sim I(0) \tag{47}$$

$$\mu_t = \mu_{t-1} + \varepsilon_t,\ \varepsilon_t \sim \mathrm{WN}(0, \sigma_\varepsilon^2) \qquad (48)$$

Dt deterministik bileşeni simgelemektedir

Test hipotezleri :

$H_0: \sigma_\varepsilon^2 = 0$ Seri durağandır.

$H_0: \sigma_\varepsilon^2 > 0$ Seri durağan değildir.

Yukarıdaki hipotezlerde dikkat edilmesi geren nokta, sıfır hipotezinin serinin durağan olduğunu söyleyen hipotez olmasıdır. Önceki bölümlerde incelenilen tüm testlerde sıfır hipotezinin reddi serinin durağan olduğuna karar verilmesi anlamına gelirken bu test de tam tersi söz konusudur.

4.2.3.6.1. Gecikme Belirleme Kriterleri

Birim kök testleri anlatılırken otokorelasyonun ortadan kaldırılması için modele bağımlı değişkenin gecikmeli değerlerinin eklendiği, eklenecek gecikmeli değerleri seçmek amacıyla da çeşitli kriterlerin kullanıldığından bahsedilmişti. Bu kriterler ve hesaplama formülleri aşağıdaki tabloda görülmektedir.

Tablo 4.1: Gecikme Kriterleri

Kriter	**Formül**
Akaike(AIC)	$-2(\frac{l}{T}) + \frac{2k}{T}$
Schwarz(SIC)	$-2(\frac{l}{T}) + \frac{k\log(T)}{T}$
Hannan-Quinn (HQ)	$-2(\frac{l}{T}) + \frac{2k\log(\log(T))}{T}$
Modified AIC (MAIC)	$-2(\frac{l}{T}) + \frac{2(k+\tau)}{T}$
Modified SIC (MSIC)	$-2(\frac{l}{T}) + \frac{(k+\tau)\log(T)}{T}$
Modified HQ (MHQ)	$-2(\frac{l}{T}) + \frac{2(k+\tau)\log(\log(T))}{T}$

T : Gözlem Sayısı

k: Parametre Sayısı

l : Logaritmik olabilirlik (likelihood) fonksiyonu

$$\tau = \alpha^2 \sum_t \frac{y_{t-1}^2}{\sigma^2}$$

Yukarıda formülleri görülen kriterler karar aşamasında aynı yöntem ile sonuçlandırılırlar. Birim kök incelemesi yapılan seride kullanılan gecikme sayısına göre, 1. gecikme için hesaplanan AIC değeri AIC1 ikinci gecikme için hesaplanan AIC değeri AIC2 olarak adlandırılır. Hesaplanan AIC'lerden minimum olanı seçilir ve kullanılacak gecikme belirlenmiş olur. Diğer kriterler için de aynı yöntemle karar verilir.

Önemli iki sorun hangi gecikme kriterinin kullanılacağı ve gecikme kriteri değerlerinin en yüksek kaç gecikme için hesaplanacağıdır. Bu bölüm birinci sorunu aydınlatmak üzere hazırlandığından, ikinci konuya kısaca açıklık getirilecek ve sonra diğer sorun ayrıntılı olarak ele alınacaktır.

En çok kaç gecikmeden başlanacağı hakkında bir çok yöntem[6] önerilmiştir. En yaygın kullanılan formül Schwert (1989) makalesinde önerilen *p* kullanılan gecikme sayısı olmak üzere $p_{\max} = \left[12 \left(\frac{T}{100} \right)^{1/4} \right]$ 'dır. Ekonometri paket programı EViews' ta da, maksimum gecikme sayısı olarak program tarafından otomatik belirlenen sayı bu formül ile hesaplanmaktadır.

Kullanılan kriterler tutarlılık ve büyük örneklem etkinliği varsayımları üzerine temellenir. Bu gecikme belirleme ölçütlerinin hangi örneklemlerde ve ne tür modellerde kullanılacağı aşağıda belirtilmiştir.

AIC büyük örneklemde daha etkin bir kriterdir, SIC'da tutarlılık varsayımını sağlayan bir kriter olup orta ve küçük örnekte daha güvenilir sonuçlar elde edilmesini sağlar. Hannan-Quin (HQ) kriteri ise sıralı, ikili ve sansürlü modellerde kullanılmaktadır. AIC modeli için serilerde MA tipi otokorelasyon olması durumu için Modified AIC modeli geliştirilmiştir. SIC Bayezyen ayarlama yapıldığından gecikme uzunluğu seçiminde daha tutumlu davranır.

---

[6] Bu konuda yazılmış bir çok makale vardır. Ayrıca ekonometri kitaplarında da bu kriterlere değinilmektedir. İncelenen çalışmada bu makalelere ayrıca değinilmeyecektir. Daha ayrıntılı bilgi için bkz: Perron and Ng "Useful Modifications to Some Unit Root Tests with Dependent Errors and their Local Asymptotic Properties," RESTUD, (1996), Ayrıca bkz: Ng and Perron "Unit Root Tests in ARMA Models with Data-Dependent Methods for the Selection of the Truncation Lag," JASA, 1995.

Kullanılan örneklem ve seriyi üreten süreç göz önünde bulundurarak, en uygun ölçüt seçilmeli ve elde edilen değerlerden minimum değeri veren gecikme birim kök testi modeline eklenmelidir.

4.3. PANEL BİRİM KÖK SINAMALARI

Ekonometrik araştırmalarda kullanılan üç veri tipi bulunmaktadır. Bunlar; zaman serisi verileri, yatay kesit (cross section) verileri panel verilerdir (panel data). Yatay kesit veriler gözlemlerin; kişiler, tüketiciler, hane halkları, firmalar, bölgeler, ülkeler gibi birimlere göre düzenlenmesi ile elde edilir. Zaman serisi verileri gözlemlerin; yıl, ay, gün, dakika gibi dönemlere göre düzenlenmesi ile elde edilir. Panel veri aynı yatay kesit birimlerinin zamana göre düzenlenmesi ile elde edilirler[7]. Panel veri zaman serisi bileşenini içerdiğinden panel veride de birim kök testleri kullanılmaktadır. Ancak panel verilerin içerdiği yatay kesit verilerini de içeren panel birim kök testleri geliştirilmiştir.

Panel birim kök testlerinden önce kısaca panel veri hakkında bilgi vermek yararlı olacaktır.

4.3.1. Panel Veri Ekonometrisine Genel Bir Bakış

Panel veri analizinde zaman serisi ve yatay kesit veriler bir arada bulunmaktadır. Panel veri analizinin zaman serisi ya da yatay kesit verilerinden tekini barındıran analizlere göre birçok avantajı vardır. Baltagi (1995) ve Gujaratti (2003) panel veri yönteminin üstünlüklerini şu şekilde sıralamaktadır.

1- Panel veri yöntemi yatay kesit ve zaman serisi gözlemlerini birleştirdiğinden gözlem sayısı daha fazladır.

2- Panel veri teknikleri, zaman boyunca ülkeler ile ilgili olduklarından bu birimler yüksek olasılıkla heterojenlik bazı değişkenlerle izin vererek hesaba katabilmektedir.

3- Panel veri değişkenler arasında daha az çoklu doğrusal bağlantı sorunu oluşturur.

4- Kısa zaman serisi ve/veya yetersiz kesit gözlemin varlığında ekonometrik analiz yapılmasına izin verir.

---

[7] Panel verinin aynı birimler için olması dolasıyla; hem zaman hem de yatay kesit verisi içeren ancak aynı birimler için değil de hem zaman serisine hem de yatay kesit birimlerine göre değişim gösteren veri türü ise havuzlanmış veri (pooled data) olarak ayrı bir veri türü olarak adlandırılmaktadır.

Panel veride homojenlik hipotezleri reddedildiğinde bireylerden ve/veya zamandan doğru olan heterojenliği dikkate almanın en basit yolu değişken-kesimli modellerdir. Bu tür modellerin temel varsayımı, gözlemlenen açıklayıcı değişkende koşulludur, ihmal edilmiş (veya dışlanmış) değişkenlerin etkileri üç tip değişkene göre davranır: bireysel zamanda-değişmez(individual time-invariant), dönemsel bireyde-değişmez (period individual time invariant), ve bireysel zamanla değişen değişkenler (individual time-varying). Tek başlarına ele alındıklarında zaman-değişmez değişkenler, zaman içinde (süresince) belli bir yatay kesit birim için aynı kalan ancak yatay kesit birim boyunca değişen değişkenlerdir. Birey zamanda-değişmez değişkenler zaman içinde verili yatay-kesit birim için sabit fakat yatay kesit birimini boyunca değişen değişkendir (Hsiao, 1985, 25).

Panel veri modelinin tahmin edilmesinde sabit etkiler (fixed effects) ve rassal etkiler (random effects) olmak üzere iki yaklaşım vardır. Sabit etkiler yaklaşımı sabit terim (intercept), eğim katsayıları (slope coefficients) ve hata terimi üzerine yapılan çeşitli varsayımlara dayanır.

4.3.1.1. Tek Yönlü Hata Bileşenli Regresyon Modeli

Panel veri regresyonları zaman serisi e yatay kesit verilerini içerir. Genel gösterim olarak bir panel veri modeli aşağıdaki gibi gösterilebilir.

$$\boldsymbol{Y_{it} = \beta_0 + \beta_1 X_{1it} + \beta_2 X_{2it} + \beta_3 X_{3it} + \cdots + \beta_k X_{kit} + \varepsilon_{it}} \qquad \text{i=1,....,T}$$

Her panel veri modeli aşağıda $\boldsymbol{\mu}$ ile gösterilen gözlemlenemeyen etkiler taşır.

Kullanılacak modeller; yapılacak incelemenin örneklem seçimine ve bu gözlemlenemeyen etkilerin bulunduğu bileşene göre belirlenir. Panel veri modelleri birimlere ya da zamana bağlı değişim oluşturuyorsa tek yönlü panel veri modelleri, birim ve zamana göre değişimi birlikte gösteriyorsa çift yönlü panel veri modelleri olarak adlandırılmaktadır.

Birim ve zamana etkilerine göre modelleri $\boldsymbol{\beta_0}$ sabit parametre, $\boldsymbol{\beta_k}$ eğim olarak adlandırıldığında aşağıdaki şekilde özetleyebiliriz.

$$\mathbf{Y_{it} = \beta_0 + \sum_{k=1}^{K} \beta_k X_{kit} + \varepsilon_{it}}$$

Sabit parametre ve eğim parametresi, yatay kesit ve zamana göre sabit olduğu model.

$$\mathbf{Y_{it} = \beta_{0i} + \sum_{k=1}^{K} \beta_k X_{kit} + \varepsilon_{it}}$$

Sabit parametrenin birimlere göre değiştiği, eğim parametresinin sabit olduğu model

$$\mathbf{Y_{it}} = \boldsymbol{\beta_{0it}} + \sum_{k=1}^{K} \boldsymbol{\beta_k} \mathbf{X_{kit}} + \boldsymbol{\varepsilon_{it}}$$

Sabit parametrenin birimlere ve zamana göre değiştiği, eğim parametresinin sabit olduğu model.

$$\mathbf{Y_{it}} = \boldsymbol{\beta_{0i}} + \sum_{k=1}^{K} \boldsymbol{\beta_{ki}} \mathbf{X_{kit}} + \boldsymbol{\varepsilon_{it}}$$

Sabit parametrenin ve eğimin birimlere göre değiştiği zamana göre sabit olduğu model.

$$\mathbf{Y_{it}} = \boldsymbol{\beta_{0it}} + \sum_{k=1}^{K} \boldsymbol{\beta_{kit}} \mathbf{X_{kit}} + \boldsymbol{\varepsilon_{it}}$$

Sabit parametrenin ve eğim parametresinin zaman birimlere ve zamana göre değiştiği model.

İktisat yazınında daha çok kullanılan tek yönlü hata bileşeni için, kısaca sabit etkiler ve rassal etkiler modellerini ele alalım.

4.3.1.1.1. Sabit Etkiler Modeli

Bu modelde örneklem etkileri göz önünde bulundurularak koşullu çıkarsama yapılır. İncelenilen örneklemin belli bir kısmı için yorumlar yapılır

Bu model yatay kesit bazında gözlemlenemeyen etkiler olması durumunda kullanılır. Bu etkiler α_i üzerinde bulunur.

Uygulanacak model

$$y_{it} = \alpha_i^* + \beta' X_{it} + u_{it} \qquad i=1,......,N \qquad t=1,.......,T$$

Burada en küçük kareler gölge değişken tahmincisi (LSDV) β_i kovaryans tahmincisi olarak adlandırılır.

4.3.1.1.2. Rassal Etkiler Modeli

Bu yaklaşımda tüm etkiler modeline koşulsuz çıkarsama yapılır.

Zaman bazında ölçülemeyen değerler olduğunda bu model kullanılmaktadır. Hata terimi olan v_{it} üç bileşen içerir.

$$v_{it} = \alpha_i + \lambda_i + u_{it}$$

α_i ile X arasında ilişki olmadığı varsayımına dayanır

Sabit ve rassal etki modelleri arasındaki temel farklılık kukla değişkenlerin oynadığı role dayalıdır. Eğer kukla değişkenler sabit terimin (intercept) bir parçası olarak dikkate alınıyorsa, bu bir sabit etki modelidir. Rassal etki modelinde ise kukla değişkenler bir hata terimi olarak dikkate alınır.

Aşağıda sabit etkiler ve rassal etkiler modellerinin gösterimleri verilmiştir.

- Sabit grup etkisi modeli : $y_{it} = (\alpha + \mu_i) + X_{it}\beta + v_{it}$
- Rassal grup etkisi modeli : $y_{it} = \alpha + X_{it}\beta + (v_{it} + \mu_i)$

burada v_{it}~IID (O, σ_V^2)

Bu çalışmada dikkate alınacak olan varsayım "eğim katsayıları (b2, b3,...) sabittir fakat sabit terim kişisel birimler, i, arasında değişkendir" varsayımıdır(Gujarati, 2003: 640). . Sabit etki modelleri gruplar boyunca eğimin aynı ve varyansın sabit olduğu varsayımı altında sabit terimlerdeki grup farklılıklarını inceler ve En Küçük Kareler Kukla Değişken (Least Square Dummy Variable, LSDV), etkiler içi (within effect) ve etkiler arası (between effect) tahmin yöntemlerini kullanır.

Bu modelde örneklem etkileri göz önünde bulundurularak koşullu çıkarsama yapılır. İncelenilen örneklemin belli bir kısmı için yorumlar yapılır. Bu model yatay kesit bazında gözlemlenemeyen etkiler olması durumunda kullanılır. Bu etkiler α_i üzerinde bulunur. En Küçük Kareler Kukla Değişken tahmincisi(LSDV) β_i kovaryans tahmincisi olarak adlandırılır.

Hata bileşenleri regresyonunda en önemli varsayım

$E(u_{it} / X_{it}) = 0$ varsayımıdır.

Hausman Testi bu varsayımın sağlanması durumunda oluşacak GEK tahmincisi β_{GEK} ve gruplar içi $\beta_{grupiçi}$ tahmincilerin karşılaştırılmasına dayanır.

4.3.1.2. Hausman Testi

H_0 hipotezi rassal etkiler modelinin hata terimi ile açıklayıcı değişkenler arasında ilişki olmadığı varsayımını gösterir. Kurulacak modelin rassal etkiler mi yoksa sabit etkiler modeli mi olduğu bu testle sınanır.

Hipotezler

$H_0: E(u_{it} / X_{it}) = 0$ Rassal etkiler modeli kullanılır

$H_1: E(u_{it} / X_{it}) \neq 0$ Sabit Etkiler modelini kullanılır.

Test istatistiği

$$\hat{q} = \hat{\beta}_{cv} - \hat{\beta}_{GEK}$$

$$w = \bar{q}^{1}\left[Var(\hat{q})\right]^{-1}\hat{q}$$

W > χ^2_k ise H_0 reddedilir Sabit etkiler modeli kullanılır. (Hsiao, 1985, 48)

Eğer sabit etkiler modeli kullanılması gerektiği sonucuna varılırsa; sabit terimlerin ülkelere göre değişmediği yani ülkeler arasında bir fark olmadığı havuzlanmış (pooled) veri olup olmadığı incelenmelidir.

4.3.2. Panel Birim Kök Testleri

Daha önce belirtildiği gibi panel birim kök testleri yatay kesit verileri ve zaman serisi verilerinin birleştirilmesi ile elde edilmektedir. Zaman bileşenini de içerdiğinden panel veriye de durağanlık sınaması yapmak gerekmektedir. Geliştirilen ilk panel birim kök testleri olarak Levin ve Lin (1992,1993) ve Quah (1994) verilebilir. Uzun süre bu testler kullanılmış ancak De Hoyos ve Sarafidis (2006) çalışmasında ülkelerin artan ekonomik bütünleşmesinin yol açtığı, ülkeler arası güçlü karşılıklı bağımlılıklara sahip olma eğiliminin panel veri çalışmalarında verilerde de etkisini gösterdiğini belirtmiştir. Hata teriminin bir parçası haline gelen gözlemlenmemiş ortak şokların yatay kesit bağımlılığına yol açabileceğini belirtmişlerdir. Bu çalışmadan sonra değişkenlere uygulanacak panel birim kök testleri, artıkların yatay kesit bağımlılığı içerip içermemesine bağlı olarak seçilmeye başlandı. Panel birim kök testleri yatay kesit bağımlılığının dikkate alınıp alınmamasına göre birinci nesil panel birim kök testleri ve ikinci nesil panel birim kök testleri olarak ikiye ayrılmaktadır. Birinci nesil panel birim kök testleri yatay kesit bağımlılığını dikkate almamakta, ikinci nesil birim kök testleri ise dikkate almaktadır. Hangi nesil test seçileceği kararı yatay kesit bağımlılığını varlığına bağlıdır. Bu nedenle öncelikle yatay kesit bağımlılığı testleri kullanılarak birim kök testi türüne karar verilmesi gerekmektedir.

Birinci nesil birim kök testleri Choi (2001); Im vd. (2003), Levin vd. (2002), Maddala ve Wu (1999) ve Hadri, (2000) sınamalarıdır. İkinci nesil birim kök testleri ise Bai ve Ng (2004, 2005), Breitung (2000), Chang (2002), Moon ve Perron (2004), Pesaran (2007) ve Harris vd. (2005) sınamalarıdır.

Birinci Nesil Birim Kök Sınamaları	İkinci Nesil Birim Kök Sınalamaları
Maddala vd.1999)	Chang (2002)
Breitung (2000)	Moon and Perron (2004)
Choi (2001)	Bai and Ng (2004)
Levin vd.. (2002)	Bai and Ng (2005)
Im vd. (2003)	Harris vd. (2005)
Hadri (2000)	Pesaran (2007)

4.3.2.1. Yatay Kesit Bağımlılığı

Yatay kesit bağımlılığı için farklı testler geliştirilmiştir. Aşağıda bir çok farklı test ele alınacaktır ancak tüm bu testlerin hipotezi ortaktır:

H_0: Yatay kesit bağımlılığı yoktur. (There is no cross-sectional dependence exists within the panel data)

Boş hipotezin reddedilmesi durumunda yatay kesit bağımlılığı olduğu ikinci nesil birim kök sınamalarının kullanılmasının doğru olduğu sonucuna varılır.

Aşağıda Breusch & Pagan (1980) Lagrange Multiplier (LM) test, Pesaran, (2004) Pesaran LM test , Pesaran CD test ve Baltagi vd. (2012) testlerinin test istatistikleri sunulmuştur.

Breusch & Pagan, (1980) Lagrange Multiplier (LM) test istatistiği denklem 3'te sunulmuştur.

$$\mathrm{LM}_1 = \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^{N} T_{ij}\hat{\rho}_{ij}^2 \rightarrow \chi^2 \frac{N(N-1)}{2} \qquad (3)$$

Ancak Breusch-Pagan LM test istatistiği yüksek sayıda yatay kesit birimi (N) için uygun olmadığından Pesaran (2004) proposes Pesaran LM (LM) ve Pesaran CD testini geliştirmiştir.

$$LM = \sqrt{\left(\frac{1}{N(N-1)}\right)\sum_{i=1}^{N-1}\sum_{j=i+1}^{N}(T_{ij}\hat{\rho}_{ij}^2 - 1)} \rightarrow N(0,1) \quad (4)$$

$$CD = \sqrt{\left(\frac{2}{N(N-1)}\right)\sum_{i=1}^{N-1}\sum_{j=i+1}^{N} T_{ij}\hat{\rho}_{ij}^2} \rightarrow N(0,1) \quad (5)$$

Baltagi vd, (2012) ise basit asimptotik düzeltme ile geliştirdiği aşağıdaki ölçeklendirilmiş LM testini önermektedir.

$$LM_3 = \sqrt{\left(\frac{1}{N(N-1)}\right)\sum_{i=1}^{N-1}\sum_{j=i+1}^{N}\left(T_{ij}\hat{\rho}_{ij}^2 - 1\right)} - \frac{N}{2(T-1)} \rightarrow N(0,1) \quad (6)$$

Yukarıdaki tüm eşitliklerde $\hat{\rho}_{ij}$ artıkların korelasyon katsayısını göstermektedir ve tüm eşitlikler asimptotik olarak $T_{ij} \rightarrow \infty$, $N \rightarrow \infty$. and $N/T_{ij} \rightarrow c_{ij} \in (0, \infty)$ ile asimptotik normal dağılmaktadır.

Kaynakça :

Akaike, H. (1981), "Likelihood of a Model and Information Criteria", Journal of Econometrics, 16, 1, 3—14.

Akaike, H. (1973),"Information Theory and an Extension of the Maximum Likelihood Principle", in B.N.Petrov and F. Csáki (eds.) Second International Symposium on Information Theory, Akadémiai Kiadó, Budapest, 267—281.

Albayrak, Sait, 2006, "Uygulamalı Çok Değişkenli İstatistik Teknikleri", Asil Yayın, Ankara

Atan, M. ve Kıllı, M. (2005). Etkinlik/Verimlilik Çalışmalarında Kullanılan Veri Zarflama Analizi Üzerine Karşılaştırmalı Yaklaşımlar. 4. İstatistik Kongresi, İstatistik Mezunları Derneği ve Türk İstatistik Derneği, Antalya.

Bai, Jushan, ve Serena Ng. 2004. "A Panic Attack on Unit Roots and Cointegration". Econometrica 72(4): 1127-77.

———. 2005. "A new look at panel testing of stationarity and the PPP hypothesis". İçinde Identification and Inference for Econometric Models, Cambridge UK: Cambridge University Press, 426-50.

Baltagi, Badi H., Qu Feng, ve Chihwa Kao. 2012. "A Lagrange Multiplier Test for Cross-Sectional Dependence in a Fixed Effects Panel Data Model". Journal of Econometrics 170(1): 164-77.

Banerjee, A., Dolado, J. J., Galbraith, J. W., and Hendry, D. F. (1993), Co-integration, Error Correction and the Econometric Analysis of Non-Stationary Data. Oxford: Oxford University Press.

Bircan, Hüdaverdi,2004, "Lojistik Regresyon Analizi: Tıp Verileri Üzerine Bir Uygulama" , Kocaeli Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi, 2004 / 2 : 185-208

Breitung, J. 2000. "The local power of some unit root tests for panel data". Nonstationary Panels, Panel Cointegration, and Dynamic Panels 15: 161-78.

Breusch, T. S., ve A. R. Pagan. 1980. "The Lagrange Multiplier Test and its Applications to Model Specification in Econometrics". The Review of Economic Studies 47(1): 239-53.

Chang, Yoosoon. 2002. "Nonlinear IV Unit Root Tests in Panels with Cross-Sectional Dependency". Journal of Econometrics 110(2): 261-92.

Choi, In. 2001. "Unit Root Tests for Panel Data". Journal of International Money and Finance 20(2): 249-72.

Çağlayan, E. ve Saçaklı İ., (2006), "Satın Alma Gücü Paritesinin Geçerliliğinin Sıfır Frekansta Spektrum Tahmincisine Dayanan Birim Kök Testleri ile İncelenmesi", Atatürk Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Dergisi, Sayı.1, Cilt.20, 121-137

De Hoyos, Rafael E., ve Vasilis Sarafidis. 2006. "Testing for Cross-Sectional Dependence in Panel-Data Models". The Stata Journal 6(4): 482-96.

Dickey, D. A., ve W. A. Fuller (1979), "Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root", Journal of the American Statistical Association, 74, 427–431.

Dickey, D. A., ve W. A. Fuller (1981), "Likelihood Ratio Statistics for Autoregressive Time Series with a Unit Root", Econometrica, 49(4), 1057-1072

Dwivedi, T.D., Srıvastava, V.K.; “Optimality of Least Squares in Seemingly Unrelated Regression Equation Model”, Journal of Econometrics, Sayı: 7,s.391-395.

Elliot, G.; T.J. Rothenberg, J.H. Stock (1996), “Efficient Tests for an Autoregressive Unit Root”, Econometrica 64, 813-36.

Enders, W. (1995),Applied Econometric Time Series, First Edition, John Wiley and Sons, NewYork.

Engle, R. F., D. F. Hendry ve J.-F. Richard (1983), “Exogeneity”, Econometrica, 51, 2, 277—304.

Engle, R.F. and Granger, C.W.J. (1987), “Cointegration and error correction: representation, estimation and testing”, Econometrica, 55, 257-276.

Green, Wıllıam .H.1997, “Econometric Analysis, Third Edition “, Prentice- Hall International, New Jersey

Gujarati, Damodar M., 1995, “Basic Econometrics”, Third Edition ,Mc-Graw-Hill, Inc.,Usa,

Güriş, S,. ve E. Çağlayan , 2000, “Ekonometri Temel Kavramlar”, Der Yayınları, İstanbul.

Hadri, Kaddour. 2000. “Testing for stationarity in heterogeneous panel data”. The Econometrics Journal 3(2): 148-61.

Harris, David, Stephen Leybourne, ve Brendan McCabe. 2005. “Panel Stationarity Tests for Purchasing Power Parity With Cross-Sectional Dependence”. Journal of Business & Economic Statistics 23(4): 395-409.

Haenlein, Michael, and Andreas M. Kaplan. 2004. “A Beginner’s Guide to Partial Least Squares Analysis.” Understanding Statistics 3 (4): 283–97. https://doi.org/10.1207/s15328031us0304_4.

Hair, Joseph F, G. Tomas M Hult, Christian M Ringle, Marko Sarstedt, Nicholas P Danks, and Soumya Ray. 2021. Partial Least Squares Structural Equation Modeling (PLS-SEM) Using R A Workbook. Springer Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-80519-7.

Hannan, E. J., and B. G. Quinn (1979),“The Determination of the Order of an Autoregression”, Journal of the Royal Statistical Society , Series B, 41, 2, 190—195.

Hosmer D.W., Ve S. Lemeshow,2000, “Applied Logistic Regression”,Second Edition John Wiley & Sons, Inc, New York

Hsiao,C. (1985) Econometric Analysis of Panel Data, Cambridge University Press.

Im, Kyung So, M. Hashem Pesaran, ve Yongcheol Shin. 2003. “Testing for Unit Roots in Heterogeneous Panels”. Journal of Econometrics 115(1): 53-74.

Jacoby, Jacob. 1978. “Consumer Research: A State of the Art Review.” Journal of Marketing 42 (April): 87–96. https://doi.org/10.2307/1249890.

Kalaycı, Şeref. 2006, “SPSS Uygulamalı Çok Değişkenli İstatistik Teknikleri, İkinci Baskı”, Asil Yayın, Ankara

Kwiatkowski, D., et al. (1992), Testing the Null Hypothesis of Stationarity Against the Alternative of a Unit Root., Journal of Econometrics, 54, 91-115

Levin, Andrew, Chien-Fu Lin, ve Chia-Shang James Chu. 2002. "Unit Root Tests in Panel Data: Asymptotic and Finite-Sample Properties". Journal of Econometrics 108(1): 1-24.

Maddala G.S. 1983, "Limited Depenndent Variables And Qualitative Variables İn Econometrics", Cambiridege University Pressi New York

Maddala, G.S., ve Shaowen Wu. 1999. "Do panel data rescue the purchasing power parity (PPP) theory?" İçinde Panel Data Econometrics: Future Directions, Elsevier, 35-51.

Moon, Hyungsik Roger, ve Benoit Perron. 2004. "Testing for a Unit Root in Panels with Dynamic Factors". Journal of Econometrics 122(1): 81-126.

Muratoğlu M. (2011), Ekonomik Büyüme Ve İşsizlik Arasındaki Asimetrik İlişki ve Türkiye'de Okun Yasası'nın Sınanması; Yüksek Lisans Tezi, Hitit Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü

Nelson C. R., Ploser R. C.(1982), "Trends and Random Walks in Macroeconomic Time Series : Some Evidence and Implications", Journal of Monetary Economics, 10(2) , 139-162

Ng S. ve Perron P. (2001), "Lag Length Selection and The Construction of Unit Root Test With Good Size and Power", Econometrica 69(6), 1519-1554

Pesaran, M. H. 2004. Cambridge Working Papers in Economics 'General Diagnostic Tests for Cross Section Dependence in Panels'. Faculty of Economics, University of Cambridge. https://ideas.repec.org/p/cam/camdae/0435.html (17 Şubat 2022).

Pesaran, M. Hashem. 2007. "A Simple Panel Unit Root Test in the Presence of Cross-Section Dependence". Journal of Applied Econometrics 22(2): 265-312.

Phillips, P. C. B., and Perron, P. (1988), "Testing for a unit root in time series regression.", Biometrika,75, 335–346.

Rossı, Peter E; "The Et Interview Professor Arnold Zerner", Econometric Theory, No:5, s.287-317,1989

Said, E. S., ve D. A. Dickey (1984) "Testing for Unit Roots in Autoregressive Moving Average Models of Unknown Order", Biometrika, 71, 599–607.

Schwarz, G. (1978) "Estimating the Dimension of a Model", Annals of Statistic s,6, 2, 461—464.

Schwert G. W.(1989), "Test for Unit Roots: A Monte Carlo Investigation", Journal of Business & Economic Statistics, 7, 147-159

Shugan, Steven. 2002. "Editorial: Marketing Science, Models, Monopoly Models, and Why We Need Them." Marketing Science 21 (August): 223–28. https://doi.org/10.1287/mksc.21.3.223.145.

Stewart, Kenneth G.; "Exact Testing İn Multivariate Regression", Econometric Reviews, No:3, s.321 -352,1997.

Timm, Neil H. ; Applied Multivariate Analysis, Springer Texts in Statistics, Springer-Verlag New York, Inc,2002

Uğurlu, E. (2006); Reel Döviz Kuru ve Ekonomik Büyüme: Türkiye; Yüksek Lisans Tezi; İstanbul Teknik Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü

Zellner, Arnold; “An Efficient Method of Estimating SUR and Tests for Agregation Bias”, JASA, No:57, 348-368,1962

Zellner, Arnold;“Estimators for Seemingly Unrelated Regression Equations: Some Exact Finite Sample Results” , Journal of the American Statistical Association, Cilt:. 58, No: 304, s.977- 992, 1963.